Mecánica Clásica

June 14, 2020

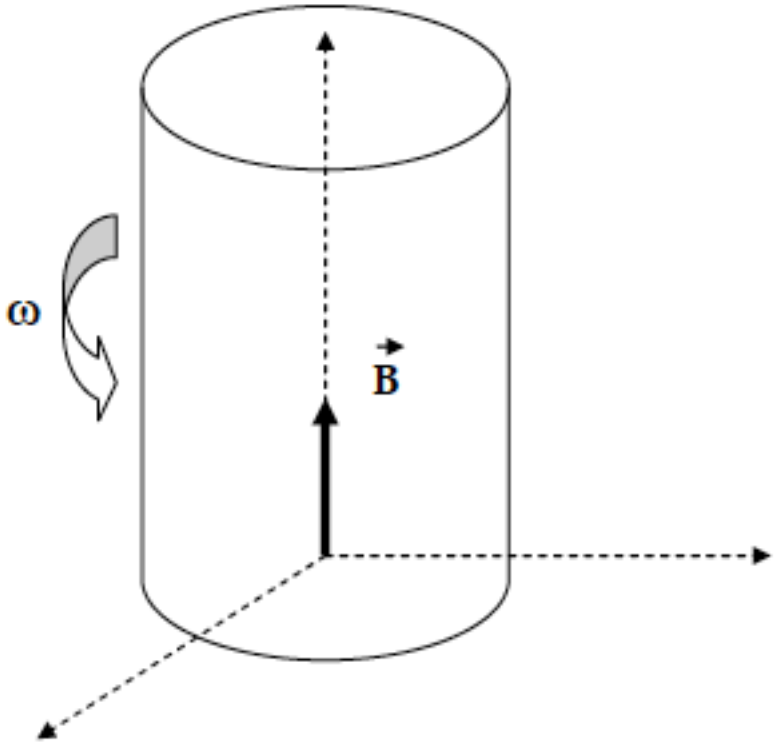
1. Hállese la ecuación de la trayectoria de una partícula que se mueve en el campo
$$U(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\gamma}{r^3},$$
donde α y γ son constantes positivas. Considere γ/r^3 una adición pequeã al campo coulombiano.

2. Considere el movimiento de dos partículas de masas m y M, tales que $m \ll M$, las cuales se mueven en una línea recta chocan elásticamente entre ellas. La párticula de masa m también choca elásticamente con la pared de la izquierda en el punto O. Inicialmente la velocidad de la párticula pequeña es mucho más grande que la de la partícula más masiva. Aplique la aproximación adiabática para encontrar la ley del movimiento de la partícula de masa M.

Electrodinámica

1

Un cilindro infinitamente largo de radio R tiene una distribución de carga uniforme σ sobre su superficie exterior, si el cilindro gira con una rapidez angular ω, determine la intensidad del campo magnético $\vec{\mathbf{B}}$ en el origen de coordenadas que se localiza en un extremo del cilindro, como se muestra en la figura.



2

3 cargas q positivas se localizan en los vértices de un triángulo equilátero de arista l, si el triangulo gira por un eje normal a el que pasa por su centro con rapidez ω, determine los momentos cadrupolares y los campos radiados **E** y **H**, en la aproximación de longitud de onda muy grande.

Mecánica Cuántica

June 14, 2020

1. En una región del espacio, una partícula de masa m, con energía cero, tiene una función de onda tiempo-independiente

$$\psi(x) = Axe^{-x^2/L^2},$$

donde A y L son constantes. Determine el potencial $U(x)$ de la partícula

2. Sea $b = ca + sa^\dagger$, donde $c = \cos\theta$, $s = \sin\theta$, para $\theta \in \Re$ y $a, a^\dagger$ son los operadores de escalera del álgebra de Heisenberg-Weyl.

   (a) Demuestre que $[b, b^\dagger] = 1$.

   (b) Considere el Hamiltoniano

$$H = \omega a^\dagger a + \frac{g}{2}\left(a^{\dagger 2} + a^2\right),$$

   donde ω, g son constantes, tales que $\omega \gg g > 0$. Demuestre que cuando

$$\omega c - gs = cE \quad gc - \omega s = sE,$$

   donde E es una constante, se cumple $[b, H] = Eb$.

   (c) Determine el espectro de H en términos de g y ω.

Física estadística

1

A thermodynamic system consists of N independent, distinguishable particles. Each particle has four energy levels at 0, ε, 2ε, and 3ε, respectively. The system is in thermal equilibrium with a heat reservoir of absolute temperature $T = \varepsilon/k$, where k is Boltzmann's constant.

a. If the energy levels are nondegenerate, calculate the partition function, the internal energy, the entropy, and the Helmholtz free energy of the system.

b. Repeat part (a) if the energy levels at 0, ε, 2ε, and 3ε have degeneracies of 1, 2, 4, and 4, respectively.

2

Consider a system of N distinguishable non-interacting spins in a magnetic field H. Each spin has a magnetic moment of size μ, and each can point either parallel or antiparallel to the field. Thus, the energy of a particular state is

$$\sum_{i=1}^{N} -n_i \mu H, \qquad n_i = \pm 1,$$

where $n_i\mu$ is the magnetic moment in the direction of the field.

(a) Determine the internal energy of this system as a function of β, H, and N by employing an ensemble characterized by these variables.

(b) Determine the entropy of this system as a function of β, H, and N.

(c) Determine the behavior of the energy and entropy for this system as $T \to 0$.