

# Maestría en Ingeniería y Ciencia de Datos

Proceso de Admisión 2024-A

15 de Noviembre del 2023

## Programación

- P1.** Realizar un programa que dada una matriz cuadrada de  $n \times n$  rote sus elementos  $90^\circ$  en sentido antihorario.

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 6 & 9 \\ 2 & 5 & 8 \\ 1 & 4 & 7 \end{bmatrix}$$

- P2.** Dado un arreglo de números enteros, encuentre el subarreglo (contiguo) con la mayor suma posible. Considere el arreglo  $X = [x_0, x_1, \dots, x_n]$  como entrada.

Ejemplo:

**arreglo:**  $[-2, 1, -3, 4, -1, 2, 1, -5, 4]$ , **subarreglo:**  $[4, -1, 2, 1]$

- P3.** Implementa un programa que calcule la operación de convolución entre dos matrices y que imprima el resultado. Considera dos matrices de tamaño  $n \times n$ . Para ello, deberás implementar una función que reciba las dos matrices, realice la convolución y regrese el resultado. Nota: La convolución es la suma de las multiplicaciones elemento a elemento entre matrices.

Ejemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 7$$

# Matemáticas

**M1.** Queremos construir una lata cilíndrica con fondo pero sin tapa que tendrá un volumen de 30 cm<sup>3</sup>. Determina las dimensiones de la lata que minimizará la cantidad de material necesario para construirla.

**M2.** Considera lo siguiente:

$$\int \tan x \, dx = \int \sin x \left( \frac{1}{\cos x} \right) dx = \int \sin x \sec x \, dx,$$

donde integrando por partes tenemos que:

$$\int \sin x \sec x \, dx = -\cos x \sec x + \int \cos x \sec x \tan x \, dx = -1 + \int \tan x \, dx,$$

y por lo tanto

$$\int \tan x \, dx = -1 + \int \tan x \, dx \implies 0 = -1.$$

Exactamente, ¿qué es lo que está mal con la demostración anterior?

**M3.** Sean A y B dos matrices reales tales que A es simétrica y definida positiva y B es antisimétrica. Demuestra que A+B es invertible.

Sugerencia: recuerda que si A es definida positiva  $x^T A x \geq 0, \forall x \in R$  y  $x^T A x = 0 \iff x = 0$ .

# Estadística

**E1.** Te enseño tres puertas, digamos A, B y C. Te digo que detrás de una de ellas está un coche, y que detrás de las otras dos hay dos chivas, Te doy oportunidad de escoger una puerta, abrirla, y llevarte lo que tiene detrás. Digamos que escogiste la A. Antes de abrirla te abro una de las puertas que no escogiste, digamos la B, y te enseño una chiva detrás de ella. Ahora te digo que antes de abrirte la puerta que elegiste te doy la opción de cambiar la otra puerta, la C. La pregunta es, suponiendo que prefieres un coche que una chiva, ¿qué te conviene hacer?, explique su elección.

- (a) Quedarte en la puerta A
- (b) Cambiar a la puerta C
- (c) No importa lo que hagas

**E2.** En una muestra aleatoria se registró el peso de 10 paquetes y se obtuvieron los siguientes resultados en gramos: 46.4, 46.1, 45.8, 47.0, 46.1, 45.9, 45.8, 41.9, 45.2, 46.0.

Encuentre un intervalo de confianza para la varianza del peso de toda la producción, con un nivel de 95%. Suponga que la población tiene distribución normal.

- E3.** Un fabricante afirma que la duración de su producto tiene distribución aproximadamente normal con una desviación estándar de 0.9 años. Una muestra aleatoria de 10 productos tuvo una desviación estándar de 1.2 años. Pruebe, con una significancia de 5%, si esta evidencia es suficiente para afirmar que la desviación estándar poblacional es mayor a la especificada