

Maestría en Ingeniería y Ciencia de Datos

Examen admisión 2023A

14 de noviembre de 2022

1. Programación

Problema P.I

Considera un arreglo de N enteros aleatorios. Escribe un algoritmo que dado un n , con $1 \leq n \leq N$, ordene los n números más grandes del arreglo. Por ejemplo, para $n = 3$ el arreglo

$[11, 6, -3, 0, 77, -2, 4, -12, 6, -2, 69, -21, 1]$

quedaría como

$[\dots, 11, 69, 77]$,

donde los puntos indican los elementos restantes del arreglo en cualquier orden.

Problema P.II

Escribe un algoritmo que reciba un entero positivo N e imprima todos los enteros x desde 1 hasta N con la siguiente regla:

- Si x es múltiplo de 3, entonces el algoritmo imprime “Fizz”.
- Si x es múltiplo de 5, entonces el algoritmo imprime “Buzz”.
- Si x es múltiplo de 3 y de 5, entonces el algoritmo imprime “FizzBuzz”.
- Si x no es ni múltiplo de 3 ni de 5, entonces el algoritmo imprime el valor de x .

Por ejemplo, para $N = 17$, el algoritmo imprimiría lo siguiente:

1, 2, *Fizz*, 4, *Buzz*, *Fizz*, 7, 8, *Fizz*, *Buzz*, 11, *Fizz*, 13, 14, *FizzBuzz*, 16, 17.

Problema P.III

Supongamos que tienes el valor “exacto” de π en una variable (como en python con `numpy.pi`). Escribe un algoritmo que reciba un entero positivo N y que calcule el mínimo número de sumandos necesarios de la serie

$$\pi^2 = 6 + \frac{6}{4} + \frac{6}{9} + \frac{6}{16} + \frac{6}{25} + \frac{6}{36} + \dots,$$

para aproximar el valor de π^2 con N dígitos significativos correctos.

2. Matemáticas

Problema M.I

Sea A una matriz real cuadrada simétrica. Demuestre que

$$\text{traza}(AA) \geq 0,$$

y que si $A \neq \mathbf{0}$, entonces $\text{traza}(AA) > 0$.

Problema M.II

Demuestre que de entre todos los rectángulos con un perímetro dado, el cuadrado es el que tiene área máxima.

Problema M.III

Existe una recta que pasa por el origen y divide a la región limitada por la parábola $y = x - x^2$ y el eje de las abscisas en dos regiones de igual área. ¿Cuál es la pendiente de esa recta?

3. Estadística

Problema E.I

Juan y Manuel están jugando ruleta rusa con un revolver Smith & Wesson 627 de 8 tiros. ¿Cuál es la probabilidad de que no haya un ganador en las primeras 3 rondas?

Problema E.II

Considera que tienes una población de un millón de habitantes en una comunidad y que deseas hacer una encuesta sobre la misma. ¿De qué tamaño debe ser la muestra de tu experimento, como mínimo, si quieres mantener un nivel de confianza del 95 % (z -valor = 1.96) y un margen de error del 5 %?

Problema E.III

Se lanza un dado balanceando y se registra la cara observada. Luego, se lanza una moneda tantas veces como el número de la cara observada en el dado. Calcular la probabilidad de observar 3 águilas en el experimento anterior.