UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

DEPARTAMENTO DE MATEMATICAS

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

GUIA DE ESTUDIO DE

"ÁLGEBRA Y SU DESARROLLO CONCEPTUAL"

M. C. Rafael Pantoja Rangel

Guadalajara, Jalisco, Enero del 2018

Contenidos

1. Introducción

Esta asignatura presenta el desarrollo de los conceptos algebraicos a lo largo del tiempo y propone a los alumnos la solución de problemas reales que enfrentaron los matemáticos en su tiempo.

Se sugiere que la consideración de la evolución histórica de los conceptos es una rica fuente de situaciones de aprendizaje que puede aprovecharse para el diseño de episodios didácticos, aunque no se pretende que los estudiantes de este curso deban pasar por todas las dificultades que enfrentó la humanidad para llegar al estado actual del álgebra.

Se abordan documentos sobre investigaciones sobre el lenguaje algebraico, los errores típicos, la modelación de problemas, la transición de la aritmética al álgebra, entre otros, para que el profesor - alumno obtenga herramientas que pueda transferir a su práctica docente y principalmente, a los procesos de planeación de las actividades de aprendizaje de sus alumnos desde una perspectiva constructivista.

Se espera que el contrastar lo que se hacía en la antigüedad, sin las herramientas algebraicas actuales, con las facilidades que implica su empleo, contribuya a valorar la utilidad de la materia y mejorar la comprensión de su estructura.

2. Justificación

Los estudiantes de álgebra deben pasar por un proceso de construcción del conocimiento de la materia, similar al que enfrentaron los matemáticos, aunque sin el mismo esfuerzo que llevó miles de años a la humanidad. Conocer los problemas que dieron pauta al desarrollo de la materia y resolverlos, permitirá entender de mejor manera su naturaleza, además es una fuente de recursos didácticos.

3. Objetivos

- Analizar los procesos y la solución de los problemas que propiciaron el desarrollo de los conceptos básicos del álgebra
- Mejorar la comprensión de la naturaleza y la utilidad práctica del álgebra
- Emplear las referencias históricas y los problemas que enfrentó el desarrollo de los conceptos algebraicos

4. Metas

- Resolver problemas que propiciaron el desarrollo de los conceptos básicos del álgebra.
- Emplear las medios que dieron lugar al desarrollo de los conceptos del álgebra para el diseño de ambientes de aprendizaje.
- Usar las referencias históricas y los problemas a que se enfrentaron las distintas civilizaciones durante el desarrollo de los conceptos algebraicos.

5. Contenidos

1. Introducción

    1.1 Análisis de artículos de investigación sobre álgebra

2. Álgebra griega

    2.1. Inicio de la matemática
    2.2. Los babilonios
    2.3. Los egipcios
    2.4. Álgebra geométrica
    2.5. Los tres problemas clásicos griegos
        2.5.1. trisección de un ángulo cualquiera
        2.5.2. la duplicación de un ángulo cualquiera
        2.5.3. la cuadratura del círculo
    2.6. Diofanto de Alejandría

3. Álgebra árabe e hindú
    3.1. La aportación de los árabes
    3.2. La aportación hindú

4. Álgebra de renacimiento

    4.1. El álgebra del renacimiento
        4.1.1. la Triparty de Chauquet
        4.1.2. Las ecuaciones de tercer y cuarto grado
    4.2. El "Álgebra " de Bombelli
        4.2.1. resolución de la ecuación de cuarto grado
        4.2.2. problema que plantea y resuelve Ferrari

5. La época de Descartes

    5.1. La Geometría de Descartes
    5.2. Métodos de Descartes para la resolución de las ecuaciones algebraicas de tercer y cuarto grado

6. La época de Lagrange, de Abel y Galois

    6.1. Relaciones entre las raíces y los coeficientes de la ecuación cúbica
    6.2. Solución de Lagrange de las ecuaciones cúbica y cuártica
    6.3. Inicios del álgebra moderna
    6.4. Sustituciones
    6.5. Funciones simétricas
    6.6. Teoría de ecuaciones desde el punto de vista de grupo
    6.7. Resolución de ecuaciones por radicales

6. Cronograma

- **Las culturas babilonia y egipcia: Sesiones 1 y 2**

Tema	Material
1. Introducción	• Elsa Malisani (1999), L*os obstáculos epistemologicos en el desarrollo del pensamiento algebraicovision historica*, Revista IRICE" del "Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación, Rosario, Arg. ISSN 0327-392X • Filloy, E. y Rojano, T. (1988) La aparición del lenguaje algebraico. La transición de la aritmética al álgebra. CINVESTAV, IPN. • Puig, L. y Cerdán, F. (1990). Acerca del carácter aritmético o algebraico de los problemas verbales. Departamento de Didàctica de la Matemàtica de la Universitat de València. Conferencia invitada al grupo de *Álgebra* del *Segundo Simposio Internacional de Educación Matemática*, Cuernavaca, Morelos, México.

Bibliografía de apoyo:

BOYER	EVES	PASTOR	STRUICK	BELL
29 – 45	31 – 38	21 – 29	25 – 50	23 – 51
47 – 69	38 – 44	50 – 34		

- **Álgebra griega. Sesiones 3 y 4**

Tema	Material
1. Los egipcios 2. Los babilonios 3. Álgebra geométrica 4. Los tres problemas clásicos griegos a) trisección de un ángulo b) la duplicación del cubo c) la cuadratura del círculo 3.Diofanto de Alejandría	• Guzmán, J. (1985) Desarrollo Conceptual del Álgebra, páginas 1 – 35, CINVESTAV • Duplicando el cubo. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Doubling_the_cube.html • Trisección del ángulo. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Trisecting_an_angle.html • Cuadratura del círculo. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Squaring_the_circle.html

Bibliografía de apoyo:

BOYER	EVES	PASTOR	STRUICK	BELL
71-92				
95-105	62-63	35-41	51-92	59-79
112-116	88-96	42-49		
134-136				
141-145	112-126	52-67		
151-162	134-138	71-88		
	148-150	89-112		
	409-416	151-18		

- **Álgebra árabe e hindú. Sesiones 5 y 6**

Tema	Material
1. La aportación de los árabes 2.La aportación hindú	• Guzmán, J. (1985) Desarrollo Conceptual del Álgebra, páginas 36-44, CINVESTAV

Bibliografía de apoyo:

BOYER	EVES	PASTOR	STRUICK	BELL
235 – 242 256 – 269 293 – 312	187 – 195	93 – 110	95 – 102	103 – 111

- **Álgebra de renacimiento. Sesiones 7 y 8.**

Tema	Material
1. La triparty de Chauquet 2. Resolución de la ecuación de cuarto grado 3. El Álgebra de Bombelli 4. Ars Magna de Cardano 5. El arte analítico de Vieta	• Guzmán, J. (1985) Desarrollo Conceptual del Álgebra, páginas 45 – 64, CINVESTAV • Ecuación de segundo, tercer y cuarto grado, http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Quadratic_etc_equations.html • Witmer, R (1993), Ars Magna or the rules of álgebra, Girolamo Cardano, páginas 11-47, Editorial DOVER

Bibliografía de apoyo:

BOYER	EVES	STRUICK	BELL
353 – 374	217 – 226	111 – 130	117 – 139

- **La época de Descartes. Sesiones 9 y 10.**

Tema	Material
1. La Geometría de Descartes 2. Métodos de Descartes para la resolución de las ecuaciones algebraicas de tercer y cuarto grado	• Rossel, P. (1947), LA GEOMETRÍA de Descartes, Libro primero y tercero, Espasa-Calpe, Argentina • Guzmán, J. (1985) Desarrollo Conceptual del Álgebra, páginas 73 - 77 CINVESTAV

Bibliografía de apoyo:

BOYER	EVES	STRUICK	BELL
385 – 389 400 – 405 428 – 430	278 – 284	135 – 147	141 – 154

- **La época de Lagrange, de Abel y Galois. Sesiones 11 y 12.**

Tema	Material
1.Relaciones entre las raíces y los coeficientes de la ecuación cúbica 2. Solución de Lagrange de las ecuaciones cúbica y cuártica 3. Inicios del álgebra moderna. Sustituciones 4. Funciones simétricas 5.Teoría de ecuaciones desde el punto de vista de grupo	• Guzmán, J. (1985) Desarrollo Conceptual del Álgebra, páginas 78 – 120 CINVESTAV

Bibliografía de apoyo:

BOYER	EVES
728 – 733	353 – 354, 370 – 397

7. Evaluación

7.1 Cuestionarios 20 %

Cuestionario1	Cultura babilonia y Egipcia
Cuestionario2	Cultura Griega
Cuestionario3	Cultura árabe e hindú
Cuestionario4	Renacimiento
Cuestionario5	Época de Descartes
Cuestionario6	Álgebra Moderna

7.2 Problemas 30 %

Problemario 1	Cultura babilonia y Egipcia
Problemario 2	Cultura Griega
Problemario 3	Cultura árabe e hindú
Problemario 4	Renacimiento
Problemario 5	Epoca de Descartes
Problemario 6	Algebra Moderna

7.3 Controles de lectura 15 %

Lectura 1	Elsa Malisani (1999), L*os obstaculos epistemologicos en el desarrollo del pensamiento algebraicovision historica*, Revista IRICE” del “Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación, Rosario, Arg. ISSN 0327-392X
Lectura 2	Lucas, N., Phillips, S & Bedien, J. (1988) The historical root of elementary mathematics, páginas 42-64, Editorial DOVER
Lectura 3	Klein, J. (1992) Greek Mathematical thought and the origin of álgebra, páginas 117 149, Editorial DOVER
Lectura 4	Witmer, R (1993), Ars Magna or the rules of algebra, Girolamo Cardano, páginas I1 47, Editorial DOVER
Lectura 5	Descartes (1947), LA GEOMETRÍA, Libro primero y tercero, Traducción de Pedro Rossel, Espasa-Calpe, Argentina
Lectura 6	Hunger, K, The Art of Algebra from Al -Khwarizmi to Viète: a study in the natural selection of ideas, University of Virginia (formerly at the University of Illinois at Urbana-Champaign) http://www.lib.virginia.edu/science/parshall/algebra.html#CONT
Lectura 7	Ecuación de tercer y cuarto grado, INTERNET http://history.math.csusb.edu/HistTopics/Quadratic_etc_equations.html
Lectura 8	R, Franci, L Totti Rigatelli, "Storia della Teoría delle Equazioni Algebriche", Resumen Sobre las ecuaciones algebraicas por M. C. Rafael Pantoja Rangel
Lectura 9	EL TEOREMA FUNDAMENTAL DE ÁLGEBRA (TFA) Y SUS ETAPAS. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Fund_theorem_of_algebra.html

7.4. Participación 15 %

Este apartado será cuantificado en función de los siguientes indicadores:

a) Mensajes vía internet al asesor (e-mail). rpantoja@ccip.udg.mx
b) Comentarios a la lista de interés (list-serv)
c) Discusión en sesiones presenciales.
d) Trabajo en equipo. (Solución de los problemas propuestos por el asesor, resúmenes de materiales de lectura)
e) Utilización de medios de comunicación alternativos (fax, teléfono, paquetería, etc.)
f) Discusión en foros

7.5 Puntualidad 15 %

Los indicadores para cuantificar este rubro son:

1. Asistencia puntual a las sesiones presenciales
2. Entrega a tiempo de las asignaciones, i.e.:
a) Cuestionarios,
b) Problemarios.
c) Control de lecturas.
d) Ensayos
e) Problemas de integración

(en caso de no observar las fechas, se disminuirá su calificación en 40 %)

7.6 Exámenes 15 %

8. Lineamientos

- Las actividades del curso equivalen a un porcentaje de la calificación total.
- Cada actividad se califica de 0 a 100 puntos. La asignación de puntos dependerá del cumplimiento de los criterios e indicadores establecidos para cada una de las actividades y sus respectivos productos.
- La calificación mínima aprobatoria será 80.

9. Sugerencias

- Los controles de lectura, problemas, exámenes y cuestionarios debes elaborarlos con claridad, con el objetivo de que el profesor pueda percibir claramente tus ideas y evitar ambigüedades que redunden en tu calificación.
- Conserva todos los trabajos para posteriores aclaraciones.
- Los trabajos que se te indiquen de manera individual, debes elaborarlos con tu estilo, que incluya tus ideas y conceptos.

10. Glosario

Esta es una actividad que debe realizar a lo largo del desarrollo del curso. Cada vez que encuentres un concepto cuyo significado pueda ser importante debe agregarse a la lista que se proporciona. Los términos ya incluidos deben ser definidos lo antes posible.

IMPORTANTE: No se trata de escribir lo que dice un diccionario, debes describirlo de acuerdo a como tú los conceptualizas.

Álgebra, algoritmo, campo, complitud, concepto, consistencia, ecuación diofantina, función, función simétrica, grupo, heurística, permutación, raíz, trascendente, Teorema fundamental del álgebra, Raíces del polinomio, Raíces irracionales, Raíces complejas, Fórmulas de Vieta, Polinomio mónico, Regla de los signos de Descartes, etc.

11. Bibliografía

Bell, E. (1985), Historia de las matemáticas, Fondo de Cultura Económica.

Boyer, C. (1986), Historia de las matemáticas, España: Alianza Editorial.

Colín, J., Rojano, T. La sincopación del álgebra y la resolución de ecuaciones, L'Educazione Matemática, CINVESTAV, IPN.

Cuadratura del círculo. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Squaring_the_circle.html, 12 de Junio del 2003

Descartes, R.(1947) La geometría, Traducción de Pedro Rossell, Espasa-Calpe, Argentina.

Duplicando el cubo. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Doubling_the_cube.html, 12 de Junio del 2003

Ecuación de tercer y cuarto grado, INTERNET http://history.math.csusb.edu/HistTopics/Quadratic_etc_equations.html

EL TEOREMA FUNDAMENTAL DE ÁLGEBRA (TFA) Y SUS ETAPAS. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Fund_theorem_of_algebra.html, 12 de Junio del 2003

Eves, H. (1983), An introduction to the history of mathematics, 5a. Edición, New York, Saunders Coll Pu.

Guzmán, J. Desarrollo Conceptual del Álgebra, Sección de Matemática educativa, CINVESTAV, IPN.

Hunger, K, The Art of Algebra from Al -Khwarizmi to Viète: a study in the natural selection of ideas, University of Virginia (formerly at the University of Illinois at Urbana-Champaign) http://www.lib.virginia.edu/science/parshall/algebra.html#CONT, 12 de Junio del 2003

Klein, J. (1992) Greek Mathematical thought and the origin of algebra, páginas 117 149, Editorial DOVER

Lucas, N., Phillips, S & Bedien, J. (1988) The historical root of elementary mathematics, páginas 42-64, Editorial DOVER

Malisani, E. (1999), *Los obstáculos epistemológicos en el desarrollo del pensamiento algebraico: visión histórica*, Revista IRICE" del "Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educación, Rosario, Arg. ISSN 0327-392X

Pastor, R. (1985), Historia de la Matemática, Vol. I y II, Gedisa, España.

Quintero, R. El álgebra en la geometría de Descartes, Sección de Matemática Educativa, CINVESTAV, IPN.

R, Franci, L Totti Rigatelli, "Storia della Teoría delle Equazioni Algebriche", Resumen Sobre las ecuaciones algebraicas por M. C. Rafael Pantoja Rangel

Robins, G, Shute, C. (1987), The Rhind Mathematical Papyrus, an ancient Egypcian Text, Dover.

Struick, D. (1986), Historia Concisa de las Matemáticas, IPN.

Trisección del ángulo. http://turnbull.mcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Trisecting_an_angle.html, 12 de Junio del 2003

Witmer, R (1993), Ars Magna or the rules of algebra, Girolamo Cardano, páginas I1 47, Editorial DOVER

Filloy, E. y Rojano, T. (1988). La aparición del lenguaje algebraico. Transición de la aritmética al álgebra. CINVESTAV, IPN.

Puig, L. y Cerdán, F. (1990). Acerca del carácter aritmético o algebraico de los problemas verbales. Departamento de Didàctica de la Matemàtica de la Universitat de València. Conferencia invitada al grupo de *Álgebra* del *Segundo Simposio Internacional de Educación Matemática*, Cuernavaca, Morelos, México.

Puig, L. El De Numeris Datis de Jordanus Nemorarius como sistema matemático de signos. Departament de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de València

12. Cuestionarios

Cuestionario # 1

1. ¿Cuáles considera Ud. las principales limitaciones de la matemática egipcia? Explique.
2. ¿Cuáles fueron, en su opinión, las cuatro contribuciones más importantes de la cultura mesopotámica a la matemática?
3. Compare en cuanto a su importancia y su posible influencia sobre otras civilizaciones, el álgebra de los babilonios con la de los egipcios.
4. ¿Se relaciona la notación usada por los babilonios con la matemática actual?
5. Los problemas planteados por los babilonios y egipcios se considerarían en la época actual como aritméticos o algebraicos. Explicar.

Cuestionario # 2

1. Describa en términos generales el álgebra griega.
2. Argumente sobre las aportaciones de "Los Elementos" de Euclides para el desarrollo del álgebra.
3. Dado un cuadrado encontrar otro con el doble del área por medios geométricos y algebraicos.
4. ¿Puede Ud. encontrar por medios geométricos, un cuadrado de área igual a la de un rectángulo?. ¿Y por medios algebraicos?
5. ¿Tiene la sección áurea relación con el álgebra?
6. ¿Los griegos utilizaban notación matemática? Explique.
7. Tienen relación con el álgebra los tres problemas clásicos griegos.

Cuestionario # 3

1. Describa la aportación árabe al álgebra.
2. Explicar el método que usa Al Khoarizmi para resolver la ecuación cuadrática.
3. ¿Existen diferencias entre el procedimiento de Omar Khayyam para la solución de la cúbica con la que conocemos actualmente?
4. ¿Qué utilidad didáctica puede tener emplear los métodos de los árabes en la clase de álgebra?

Cuestionario # 4

1. Comente el texto de Diofanto y sus aportaciones al álgebra.
2. ¿Qué tipo de lenguaje utiliza Diofanto al solucionar problemas de álgebra.
3. ¿Cómo influyó el trabajo de Diofanto en las matemáticas hindú y árabe?
4. Argumente sobre la idea que, de haber dado seguimiento al trabajo de Diofanto, el álgebra se hubiera desarrollado de manera más vertiginosa?
5. Sugiera tres causas por las que se desarrolló rápidamente el álgebra en el renacimiento?
6. Describa la aportación de Fibonacci al álgebra.
7. ¿Cuál fue la aportación de los matemáticos germanos al álgebra del renacimiento?

8. ¿Por qué se consideró la resolución de la ecuación cúbica para el desarrollo de los números imaginarios?
9. ¿ Por qué se considera a Vieta el primer matemático realmente moderno?
10. Explique la diferencia entre el concepto del álgebra retórica y el álgebra sincopada
11. A su juicio, enliste los matemáticos del renacimiento que más aportaron a la consolidación del álgebra, así como sus contribuciones significativas.
12. Es falso o verdadero que en el renacimiento se le da sentido a la igualdad a cero y a las soluciones de ecuaciones que incluyen números negativos e imaginarios
13. ¿ Cuál fue la cultura que más influenció a los matemáticos del renacimiento?
14. Considera Ud. que los contenidos del programa de álgebra del nivel medio básico y medio superior están relacionados con el álgebra del renacimiento?
15. Argumente sobre el hecho de que en el Renacimiento se le da sentido a la igualdad a cero y a las soluciones de ecuaciones que incluyen números negativos e imaginarios
16. ¿ Cuál fue la cultura que más influenció a los matemáticos del Renacimiento?
17. Existe alguna relación entre los contenidos del programa de álgebra del nivel medio básico y medio superior con el álgebra del Renacimiento?
18. ¿La solución de la ecuación cúbica se realizó en lenguaje retórico o simbólico?
19. ¿La manipulación que da Cardano al solucionar la cúbica, incluye el caso de la igualdad a cero?
20. Explicar la solución que proporciona Cardano a la ecuación de cuarto grado.

Cuestionario # 5

1. Argumente sobre la aportación de Descartes al álgebra en relación con el álgebra elemental actual.
2. ¿Se puede considerar que con Descartes el álgebra ha llegado a su culminación? Argumente.
3. Desde su punto de vista, Descartes ¿Le da sentido a la igualdad?
4. Descartes aplica las leyes algebraicas actuales. Explicar
5. Considera Ud. que los contenidos del programa de álgebra del nivel medio básico y medio superior están relacionados con el álgebra Descartes? Explique.

Cuestionario # 6

1. Se dice que con Lagrange se inicia una nueva época del álgebra. Argumente.
2. Describa las relaciones simétricas que encuentra Lagrange al resolver el polinomio de tercer grado.
3. ¿Existe un método general para resolver el polinomio de quinto grado? Explique.
4. Opine sobre el hecho de que con Lagrange nace el álgebra moderna.
5. ¿Qué diferencia existe entre el álgebra tradicional y el álgebra moderna?
6. Comente las aportaciones de Galois al álgebra.
7. Describa qué es un grupo y cuáles son sus propiedades. Ejemplifique.
8. ¿Cuál fue la aportación del matemático noruego Abel al álgebra?

13. Problemario

Problemario 1

1. Resolver la ecuación $x + x/2 = 16$ por el método de la "regla falsi". (Este es el problema 25 del Papiro de Ahmes).
2. Un cateto de una propiedad en forma de triángulo rectángulo, mide 50 unidades de longitud: paralelamente al otro cateto y a una distancia de él de 20 unidades, se traza una recta que corta del triángulo un trapecio rectángulo cuya área es de 5.20 unidades. Hállense las longitudes de los dos lados de este trapecio.
3. Compruébese el antiguo resultado babilónico en él que se da como 12.48 el área de un trapecio isósceles cuyos lados miden 30 unidades y cuyas bases 14 y 16 unidades respectivamente.
4. Resolver el siguiente problema babilónico: Diez hermanos reciben conjuntamente 1;40 minas de plata, habiendo una diferencia constante entre lo que recibe cada hermano y el que le sigue; si el octavo recibe 6 shekels, calcúlese cuánto le ha correspondido a cada uno. (Nota: en cada mina hay 60 shekels).
5. Una tablilla babilónica antigua desenterrada en Susa pide calcular el radio de una circunferencia circunscrita a un triángulo cuyos lados miden 50, 50 y 60 unidades. Resuélvase el problema.
6. Otra tablilla de Susa pide calcular los lados x e y de un rectángulo sabiendo que xy = 20,0 y que x^3d=14,48,53,20 donde d es la longitud de una diagonal. Resolver este problema.
7. Un problema babilonio pregunta por el lado de un cuadrado si el área de le cuadrado es disminuida por el lado del cuadrado es el número (sexagésimal) 14;30. La solución del problema es descrita como sigue: Tomar la mitad de 1, la cuál es 0;30; multiplicar 0;30 por 0;30, la cuál es 0;15; adicionar la 0;15 a 14;30 y obtener 14;30;15. el cuadrado de este último es 29;30. Ahora adicionar 0;30 a 29;30; El resultado es 30, el cuál es el lado del cuadrado. Mostrar que la solución babilonia es correcta.
8. Un área A que consiste de la suma de dos cuadrados es 1000. El lado de un cuadrado es diez veces menor que dos tercios del lado otro cuadrado. ¿Cuáles son los lados de los cuadrados?
9. Sea un rectángulo de área 1 y semiperímetro dado. Hallar los lados.
10. En la tablilla de Susa se comparan las áreas y los cuadrados de polígonos regulares de 3, 4, 5, 6 y 7 lados. Para el pentágono, el hexágono y heptágono esas razones son dadas como 1;40, 2;37;30 y 3;41. Checar la exactitud de esos valores.
11. La razón del perímetro de un hexágono regular a la circunferencia del círculo circunscrito está dada por 0;57;30 como una aproximación a π. ¿Qué tan exacto es este resultado?
12. Una tableta babilónica contiene valores para $n^3 + n^2$ para n = 1,2,...,30. Resolver la ecuación $x^3+2x^2=3136$ por medio de la tabla babilónica.
13. El área de un rectángulo es 12 y el ancho es ¾ de la longitud. ¿Cuáles son las dimensiones?
14. Un cateto de un triángulo es 2.5 veces el otro y el área es 20. ¿Cuáles son las dimensiones?

Problemario 2

1. Dados dos segmento a y b construir x e y tales que $x+y = a$, $x \cdot y = b^2$, utilizando sólo regla y compás.
2. Dados los segmento a, b y c construir x e y tales que $x\text{-}y = a$, $x \cdot y = b \cdot c$.
3. Resolver la ecuación $x^2 + ax = b^2$ en forma geométrica.
4. Dibuje tres segmentos desiguales. Tome el más largo como "a", el medio como "b", y tome el más pequeño como 1 unidad. Con regla y compás construye los segmentos de longitud:
   a. ab,
   b. $\sqrt{a}$,
   c. $a\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)^{1/2}$
5. Dado un segmento unidad, construir a partir de otro él segmento unidad $\sqrt{3}+\dfrac{4}{5}$.
6. Demostrar que la ecuación de la trisectriz de Hipias en coordenadas polares es $\pi\, r$ sen $\theta = 2a\theta$. Dibújese la rama principal de esta curva para $-\dfrac{\pi}{2} < \theta < \dfrac{\pi}{2}$ y dígase por qué Hipias no dibujó esta rama completa.
7. Completar todas las etapas necesarias para demostrar que la construcción de Arquitas permite duplicar el cubo.
8. Según el epigrama referente a la edad de Diofanto calcular la edad de que murió Diofanto: "Diofanto pasó sexto de su vida en infancia, uno duodécimo en juventud, y uno séptimo más como un soltero. Cinco años después de su matrimonio nació un hijo que se murió cuatro años antes de su padre, a la mitad de la edad de padre."
9. Resolver el problema de Diofanto en el que se pide encontrar dos números tales que su suma sea diez y la suma de sus cubos 370.
10. Hállense dos fracciones racionales, distintas de 3/13 y 19/13, que satisfagan la condición de Diofanto de que cualquiera de ellas sumada al cuadrado de la otra de lugar aun cuadrado perfecto.
11. Demuéstrese que la ecuación $21x + 14\,y = 3$ no tiene soluciones enteras.

Problemario 3

1. Úsese el método de Chin Chiu-Shao para hallar la raíz cuadrada de 29 584.
2. Resolver el sistema de ecuaciones lineales por el método de matricial de los chinos.
   a. $4x + y + z = 40$
   b. $2x + 3y + z = 30$
   c. $x + y + 2z = 20$
2. ¿Cuál fue la contribución al álgebra de Brahmagupta?
3. Úsese el método de ka gelosia para hallar el producto de 345 por 256.
4. Si un bambú de 32 codos de altura ha sido roto por el viento, de tal manera que su extremo superior queda apoyado en el suelo a una distancia de 16 codos de su base, ¿a qué altura sobre el suelo se produjo la fractura?

5. Un pavo real se encuentra posado en el extremo de un poste vertical en cuya base hay un agujero de culebra; observando la culebra a una distancia del pie del poste igual a tres veces su altura, el pavo real se lanza sobre ella en línea recta mientras la culebra intenta ganar su agujero. Si el pavo real captura a la culebra cuando ambos han recorrido exactamente la misma distancia, ¿a cuántos codos de distancia del agujero se produjo la captura?
6. Resolver $7x + 16y = 209$ para los enteros positivos.
7. Explíquese por qué el álgebra de Al-Khoarizmi no contiene ninguna ecuación cuadrática correspondiente al caso en que los cuadrados más raíces mas los números es igual a cero.
8. Resolver la ecuación $x^2 + 12x = 64$ utilizando el diagrama geométrico como los usados por Al-Khoarizmi.
9. Compruébese que es correcta la respuesta dada por Al-Khoarizmi y por Herón al inscribir un cuadrado en un triángulo de lados 10,10 y 12.
10. Resolver la cúbica de Al-Biruni $x^3 = 1 + 3x$ hallando la raíz positiva aproximada hasta las centésimas y comprobar que hasta esa aproximación su respuesta es correcta.
11. Resolver las ecuaciones siguientes de manera geométrica como lo hace Omar Khayam.
    a) $x^3 = x^2 + 20$
    b) $x^3 + x = 20$

PROBLEMARIO 4

1. Demuéstrese que la cúbica de Fibonacci, $x^3 + 2x^2 + 10x = 20$:
    a) no tiene ninguna raíz racional.
    b) no tiene raíz de la forma $a + \sqrt{b}$, donde a, b son racionales.
    c) aproxime la raíz hasta centésimas y verifique que coincide con el valor de Fibonacci.
2. ¿Por qué tan importante la resolución de la cúbica para el desarrollo de los números imaginarios?
3. ¿Cómo explicaría el hecho de que el álgebra y la trigonometría se desarrollaran durante el renacimiento de una manera más rápida que la geometría?
4. Una problema de Regiomontano: “Determinar un triangulo dado por un lado, una altura correspondiente a dicho lado y una razón entre los otros dos lados. Construir con regla y compás”
5. Obtenga la solución de Bombelli a la ecuación $x^3 = 15x + 4$ como una suma o diferencia de las raíces cúbicas de números imaginarios.
6. Compruébese la afirmación de Bombelli de que $4 + i$ es una raíz cúbica de $52 + \sqrt{-2209}$.
7. Fórmese la ecuación cúbica cuyas raíces son 3, 1 y -1 y aplíquese a continuación el método de Cardano y Tartaglia para resolver esta cúbica.
8. Resolver el problema de Cardano de dividir 10 en dos partes cuyo producto sea 40. Compruébese la respuesta.
9. ¿Por qué se suele considerar a Viète a veces como el primer matemático realmente moderno? Explíquese claramente.

10. ¿Cuáles fueron las dos primeras curvas, que no fueran ni la recta ni la circunferencia ni combinaciones de ambas, que no encontraron alguna aplicación en la ciencia? Explíquese como se llegó a aplicarlas.
11. ¿Qué es un parámetro? ¿Puede dar ejemplos de parámetros anteriores a Viète? Explicar.
12. Demuéstrese la observación de que si x_1 y x_2 son raíces positivas de la ecuación $x^3 + b = 3\,a\,x$, entonces $3a = x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2$ y $b = x_1\,x_2^2 + x_2\,x_1^2$.
13. Resolver, utilizando el método de Viète la ecuación $x^3 = 232\,x^2 + 465\,x + 702$, buscando su raíz positiva que está entre 200 y 300.
14. Describir las contribuciones matemáticas de Stevin.
15. Mostrar que la cúbica $y^3 + p\,y + q$ tiene una raíz real y dos complejas si $R = \frac{1}{4}q^2 + \frac{1}{27}p^3$ es mayor que cero, dos raíces iguales sí $R = 0$ y tres raíces complejas diferentes sí $R < 0$.

PROBLEMARIO 5

1. Justifíquese en detalle la construcción dada por Descartes para resolver la ecuación $z^2 = az + b^2$. Ejemplifique.
2. Invéntense construcciones semejantes a la de Descartes para resolver las ecuaciones y de ejemplos de casos particulares.
   a) $z^2 = az - b^2$
   b) $z^2 = b^2 - az$.
3. ¿Es mejor o peor el signo de igualdad de Descartes?
4. Comparar el enunciado de la regla de los signos de Descartes de su texto LA GEOMETRÍA con la que se conoce actualmente.
5. Pruebe que si todas las raíces de un polinomio son todas positivas, los signos de los coeficientes deben ser alternados.
6. Mostrar que si p y q son reales, la ecuación $x^3 + p\,x + q$ tiene dos raíces imaginarias cuando $p > 0$ y q distinto de cero.
7. Describa de forma geométrica y sus variantes, el método de Descartes para la solución de la ecuación de cuarto grado.
8. Considera Ud. que Descartes es el que desarrolló las leyes del álgebra tal y como se conocen actualmente.
9. Qué significa un problema plano y un problema sólido en LA GEOMETRÍA de Descartes?
10. Describa la clasificación de Descartes para las raíces de un polinomio.

PROBLEMARIO 6

1. Existe diferencia entre el método de Ferrari y el de Lagrange para la ecuación de tercer y cuarto grado.
2. Explique el concepto de función simétrica de Lagrange.
3. Explicar el teorema fundamental de las funciones simétricas.
4. Cuál fue la principal aportación de Galois al álgebra.
5. Describa el trabajo del matemático noruego Abel.

6. Dar la definición de Grupo.
7. Demostrar que los siguientes conjuntos forman un grupo.
    a) R^+ es el conjunto de los números reales con el producto como operación.
    b) Sea la función $T(a,b) : R \to R$ definida por $T(a,b) = a\,r + b$, a, b y r distintos de cero.
    c) $A = \{1, -1, i\}$. I) bajo el producto, donde $i^2 = -1$.
8. Hallar los elementos simétricos de S_4 tales que $x^4 = e$
9. Encontrar todos los subgrupos de S_3.
10. Completar la tabla siguiente para que $S = \{e, a, b\}$ sea un grupo:

$$\begin{pmatrix} & e & a & b \\ e & & & \\ a & & & \\ b & & & \end{pmatrix}$$

11. En S_7 verificar que $(2\ 5\ 4)(3\ 6\ 7\ 5\ 1)(3\ 1\ 4) = (1\ 2\ 5)(4\ 6\ 7)$
12. Que significa que un polinomio sea irreducible en un campo dado.