UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA
CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIAS

MAESTRIA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

PROGRAMA Y GUIA DE ESTUDIO DE:
GEOMETRÍA Y SU DESARROLLO CONCEPTUAL

Modalidades a distancia

Elena Nesterova

GUADALAJARA 2018

Índice

Introducción

La Geometría es una rama de las matemáticas que tiene por objeto el estudio riguroso del espacio y de las formas, figuras y cuerpos. Las principales consideraciones geométricas son muy antiguas y se originaron en observaciones realizadas por el hombre. Muchas circunstancias en la vida humana, aún en la edad primitiva, condujeron a numerosos descubrimientos geométricos.

Euclides fue el primer artífice de una teoría matemática en el sentido actual de la palabra, creando el método axiomático-deductivo que aún se utiliza en nuestros días. Construir una teoría matemática mediante el método axiomático-deductivo consiste en tomar un pequeño número de postulados o axiomas, que se aceptan como verdaderos por su propia evidencia, y deducir a partir de ellos otras propiedades o teoremas de forma razonada. Para que una nueva propiedad pueda integrarse en la teoría matemática no basta que la intuición la acepte como verdadera, sino que es imprescindible obtener una demostración de la misma mediante las reglas de la lógica, en cuyo caso se convierte en un teorema. A su vez, ese teorema puede utilizarse para demostrar otras propiedades obteniendo así otros nuevos teoremas, y de esta forma el edificio matemático se va ampliando y completando, al igual que una construcción de madera puede agrandarse al añadir sucesivas piezas que se apoyan en las anteriores.

La geometría de Euclides se ha utilizado con éxito durante más de dos mil años y en la actualidad sigue siendo la base para la realización de obras de ingeniería, proyectos arquitectónicos y muchas otras aplicaciones. Nuestro Universo, a pequeña escala, se ajusta perfectamente a las leyes de Euclides y a su geometría tridimensional.

Se incide en la solución de los problemas que enfrentaron los antiguos matemáticos para superar los obstáculos que se presentaron en el desarrollo de las matemáticas, aunque se emplea la notación moderna. Se propone a los alumnos el resolver problemas originales que dieron pauta a grandes hitos en el avance de la materia y se provee de un bagajes de elementos que pueden ser, potencialmente, auxiliares didácticos en el desarrollo de sus futuras labores docentes.

Contenidos.

I Orígenes y Geometría preeuclideana
II Euclides y sus elementos
III Matemáticas griegas después de Euclides
IV Orígenes de la Geometría Analítica y la Proyectiva
V Las Geometrías no Euclidianas

Objetivos

- Obtener una visión general de la evolución histórica de los conceptos geométricos.
- Conocer distintos enfoques de estudio y caracterización de las formas planas.
- Resolver problemas clásicos de figuras del plano.
- Analizar propiedades y resultados relativos a rectas, ángulos, polígonos y círculos.

Justificación

La función primordial de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas debe ser formar buenos profesores de Matemáticas. El profesor de matemáticas debe poseer amplitud de juicio en las diversas áreas en las que la Matemática ha influenciado, además ser educador, esto es, debe saber qué demostraciones y abstracciones pueden manejar los alumnos, así como qué es lo que más les interesa.

Para convencerse del valor de enseñar geometría en la escuela es preciso que los docentes conozcan su historia, utilidad en la vida cotidiana y en el estudio de otras disciplinas. La geometría ayuda a estimular ejercitar habilidades de pensamiento y estrategias de resolución de problemas. Da oportunidades para observar, comparar, medir, conjeturar, imaginar, crear, generalizar y deducir. Tales oportunidades pueden ayudar al alumno a aprender cómo descubrir relaciones entre los datos de un problema.

Uno de los beneficios de la geometría es que el estudiante adquiere un criterio al escuchar leer y pensar. Cuando estudia geometría, deja de aceptar a ciegas proposiciones e ideas y se le enseñe a pensar en forma clara y critica, antes de hacer conclusiones. Otro es el adiestramiento en el uso exacto de idioma y en la habilidad para analizar un problema nuevo, para diferenciar sus partes cruciales y aplicar la perseverancia, originalidad y razonamiento lógico para resolver el problema. Los estudiantes deben conocer lo que las ciencias matemáticas y los matemáticos han aportado a la cultura y civilización.

Resolver un problema de geometría es una actividad que concierne al carácter necesario y no contradictorio de ciertas propiedades de los objetos de la geometría. Las situaciones de geometría ponen en interacción a un sujeto “matemático” con un medio que ya no es el espacio físico y sus objetos sino un espacio conceptualizado que las “figuras-dibujos” trazadas por este sujeto no hace más que representar la validez de sus declaraciones ya no es establecida empíricamente sino que se apoya en razonamiento que obedecen a las reglas del debate matemático. La función de los dibujos es, como lo dice Poincaré, provocar la puesta en relación de proposiciones que se sabe asociar a tal o cual trazado o porción de dibujo, pero la comprobación de éstas propiedades sobre la “figura-dibujo” no permite validad la proposición puesta en estudio. Es esto lo que tanto le cuesta comprender a los alumnos.

Contenidos Desglosados.

1. La matemática en Mesopotamia
2. La matemática egipcia
3. Los orígenes de la matemática clásica griega
4. Euclides y Apolonio
5. El período greco-alejandrino: geometría y trigonometría
6. La matemática de los hindúes y de los árabes
7. Las contribuciones matemáticas en el renacimiento
8. Los comienzos de la geometría proyectiva
9. La geometría analítica
10. La matematización de la ciencia
11. Las matemáticas a partir de 1700
12. Geometría analítica y diferencial en el siglo XVIII
13. Las matemáticas de 1800
14. La teoría de Galois
15. El resurgimiento de la geometría proyectiva
16. La geometría no euclídea
17. La geometría diferencial de Gauss y Riemann
18. Las geometrías proyectiva y métrica
19. La geometría algebraica
20. Los fundamentos de la geometría

Metodología

- La forma de trabajar los problemas indicadas por el profesor será individual con asesorías del profesor.
- Participación. Se tomará en cuenta la participación del estudiante en función de la comunicación con el profesor para discutir conceptos, aclarar dudas y cuestionar acerca de algún tema en particular.
- *Indicaciones para el Foro de discusión*
- Los comentarios, preguntas y respuestas deben ser claras y concisas a fin de darle mayor fluidez y calidad a las aportaciones.

Cronograma de la presentación de ensayos

Fecha de entrega y discusión	Ensayo
31.01.18	1. La matemática en Mesopotamia, [13], pp. 18-34.
	2. La matemática egipcia, [13], pp. 35-46.
	3. Los orígenes de la matemática clásica griega, [13], pp. 47-87.
	4. Euclides y Apolonio, [13], pp. 88-143.
07.02.18	5. El período greco-alejandrino: geometría y trigonometría, [13], pp. 143-180
	6. La matemática de los hindúes y de los árabes, [13], pp. 248-270.
	7. Las contribuciones matemáticas en el renacimiento, [13], pp. 311-334
	8. Los comienzos de la geometría proyectiva, [13], pp. 380-400.
14.02.18	9. La geometría analítica, [13], pp. 401- 429.
	10. La matematización de la ciencia, [13], pp. 430-451.
	11. Las matemáticas a partir de 1700, [13], pp. 516-527.
	12. Geometría analítica y diferencial en el siglo XVIII, [13], pp. 722-758.
19.02.18	13. Las matemáticas de 1800, [13], pp. 812-827.
	14. La teoría de Galois, [13], pp. 992-1016.
	15. El resurgimiento de la geometría proyectiva, [13], pp. 1102-1136.
	16. La geometría no euclídea, [13], pp. 1137-1164
21.02.18	17. La geometría diferencial de Gauss y Riemann, [13], pp. 1165-1192.
	18. Las geometrías proyectiva y métrica, [13], pp. 1193-1218.
	19. La geometría algebraica, [13], pp. 1219-1249.
	20. Los fundamentos de la geometría, [13], pp. 1325-1347.

Cronograma de la presentación de solución de problemas

Fecha	Tarea
29.01.18	Tarea 1: 1, 2, 3, 4.
30.01.18	Tarea 2: 4,7, 10, 14.
01.02.18	Tarea 3: 6, 9, 11, 26,
06.02.18	Tarea 4: Responder a todas las preguntas.
08.02.18	Tarea 5: 4, 10,13, 18.
12.02.18	Tarea 5: 21, 23, 24, 27.
13.02.18	Tarea 6: 1, 2, 3, 4, 5, 9.
15.02.18	Tarea 7: I.10, II.5, III.4, IV.8.
22.02.18	Examen final.

Evaluación

La calificación final se integrará de acuerdo a los puntos obtenidos según la siguiente tabla:

1. Problemario	25
2. Ensayos	25
4. Foros de discusión	25
5. Examen	25
Total	**100 puntos**

Criterios de evaluación

Discusiones	• Comentarios y opiniones **- 10 pts.** • Preguntas **- 5 pts.** • Respuestas a las preguntas **- 10 pts.** Total – **15 pts.**
Problemario	• Hipótesis y tesis correctas y completas **- 5 pts.** • Argumentación correcta y completa de cada paso en solución **- 5 pts.** • Procedimiento de solución correcto y completo **- 5 pts.** • Construcciones con GG **- 5 pts.** • Uso de los símbolos – **5 pts.** Total de puntos por un problema – **25 pts.**
Ensayos	• Claridad, orden y coherencia de la exposición **- 5 pts.** • Análisis y síntesis de las ideas **- 7 pts.** • Comentarios personales **- 7 pts.** • Uso apropiado de dibujos **- 3 pts.** • Redacción, sintaxis, ortografía **- 3 pts.** Total – **25 pts.**
Examen	• Hipótesis y tesis correctas y completas **- 5 pts.** • Argumentación correcta y completa de cada paso en solución **- 5 pts.** • Procedimiento de solución correcto y completo **- 5 pts.** • Construcciones con GG **- 5 pts.** • Uso de los símbolos – **5 pts.** Total de puntos por un problema – **25 pts.**

Cuestionario

Instrucciones. Hacer y analizar la construcción con GG. Escribir simbólicamente la hipótesis y tesis. Demostrar y escribir simbólicamente la solución.

Tarea 1
Igualdad de ángulos

1. Las bisectrices de dos ángulos opuestos por el vértice están en línea recta.
2. La bisectriz de uno de dos ángulos opuestos por el vértice biseca también al otro
3. Las bisectrices de los ángulos suplementarios adyacentes son perpendiculares.
4. Si las bisectrices de los ángulos adyacentes son perpendiculares entre si los ángulos son suplementarios.
5. Las bisectrices de dos pares de ángulos opuestos por el vértice formados por dos rectas que se cortan son perpendiculares.

Medidas de los ángulos:http://quiz.uprm.edu/tutorials_master/radianes/radianes_right.xhtml
Ángulos: http://cdigital.dgb.uanl.mx/la/1020124182/1020124182_015.pdf
https://www.youtube.com/watch?v=9melDeR3dww
http://matematicas.udea.edu.co/~jescobar/Geometria/pdf/Capitulo1GE.pdf

Tarea 2
Congruencia y desigualdades en triángulos

1. El ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de los dos interiores no adyacentes a él.
2. En todo triángulo a lados iguales, se oponen ángulos iguales.
3. Demostrar que si por un punto cualquiera de la bisectriz de un ángulo se traza una paralela a uno de los lados del ángulo entonces el triángulo así formado es isósceles.
4. Demostrar que en todo triángulo isósceles la bisectriz del ángulo exterior, adyacente al vertical, es paralela a la base.
5. Demostrar que la mediana a la base de un triángulo isósceles es la bisectriz del ángulo vertical.
6. Demostrar que la mediana a la base de un triángulo isósceles es perpendicular a la base.
7. Demostrar que si en un triángulo la altura bajada a un lado divide este lado en dos partes iguales, el triángulo es isósceles.
8. En todo triángulo cada lado es menor que la suma de los otros dos y mayor que su diferencia.
9. En todo triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo.
10. Demostrar que la suma de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que el doble de la mediana correspondiente al tercer lado.
11. Todo punto situado en la mediatriz de un segmento equidista de los extremos del segmento, y todo punto fuera de esa mediatriz no equidista.
12. Todo punto situado en la bisectriz de un ángulo equidista de los lados del ángulo, y todo punto fuera de esa bisectriz, no equidista.
13. Demostrar que las bisectrices de los ángulos de la base de un triángulo isósceles se intersectan en un punto equidistante de los extremos de la base.
14. Demostrar que en todo triángulo dos vértices cualesquiera equidistan de la mediana correspondiente al lado determinado por esos vértices.
15. Demostrar que si dos rectas paralelas cortan otras dos rectas paralelas entonces determinan segmentos opuestos congruentes.

http://web.educastur.princast.es/proyectos/formadultos/unidades/matematicas_1/ud2/3_2.html

http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian1.htm
Clasificación por el valor de los lados.
Clasificación atendiendo a los ángulos.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian2.htm
Construcción de un triángulo.
Criterios de congruencia.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian3.htm
http://matematicas.udea.edu.co/~jescobar/Geometria/pdf/Capitulo3GE.pdf
Mediatrices. Circuncentro.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian4.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trianejer.htm
Medianas. Baricentro.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian5.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trianejer.htm
Alturas. Ortocentro.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian6.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trianejer.htm
Bisectrices. Incentro.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian7.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trianejer.htm
Criterios de congruencia.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/trian3.htm
http://www.jorge-fernandez.es/proyectos/angulo/temas/temaa/index.html
http://es.wikipedia.org/wiki/Tri%C3%A1ngulo
http://matematicas.udea.edu.co/~jescobar/Geometria/pdf/Capitulo4GE.pdf
Construcciones de triángulos con regla y compás.
https://www.youtube.com/watch?v=BcPchVmNFPM
http://www.profesorenlinea.cl/geometria/7BGanexo01.htm
https://sites.google.com/site/todoesgeometria/construcciones-con-regla-y-compas
http://roble.pntic.mec.es/~jarran2/cabriweb/0inicio/cobasicas.htm
https://plus.google.com/107983023131229540282

Tarea 3
Cuadriláteros

1. La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es igual a cuatro rectos.
2. Demostrar que las bisectrices de los ángulos consecutivos de un cuadrilátero son concurrentes.

3. Demostrar que el ángulo formado por las bisectrices de dos ángulos consecutivos de cuadrilátero es igual a la semisuma de los otros dos ángulos.
4. Demostrar que en todo cuadrilátero la suma de los cuatro lados es mayor que la suma de las diagonales.
5. Demostrar que en todo cuadrilátero la suma de las diagonales es mayor que su semiperímetro.
6. Demostrar que si se unen los puntos medios de los lados de un cuadrilátero escaleno se forma un paralelogramo.
7. En todo el paralelogramo los ángulos opuestos son congruentes.
8. En todo el paralelogramo los lados opuestos son congruentes.

9. Si los lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
10. Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos congruentes y paralelos, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
11. Cada diagonal del paralelogramo lo divide en dos triángulos congruentes.
12. Las diagonales del paralelogramo se bisecan.
13. Demostrar que dos segmentos que unen los puntos medios de los lados opuestos de un cuadrilátero cualquiera se bisecan mutuamente.
14. Demostrar que si se unen los puntos medios de los lados de un paralelogramo se forma otro paralelogramo.
15. Demostrar que las bisectrices de los ángulos opuestos de un paralelogramo son paralelas.
16. Demostrar que las bisectrices de dos ángulos consecutivos de un paralelogramo son mutuamente perpendiculares.
17. Las diagonales del rombo son perpendiculares entre sí.
18. Las diagonales del rombo son bisectrices de sus ángulos interiores.
19. Demostrar que un cuadrilátero es un rombo si las diagonales se bisecan y son perpendiculares mutuamente.
20. Las diagonales de un rectángulo son iguales.
21. Demostrar que si las diagonales de un paralelogramo son iguales entonces el paralelogramo es un rectángulo.
22. En el trapecio isósceles los ángulos de la base son iguales por pares.
23. Demostrar que si los ángulos de la base de un trapecio son congruentes entonces el trapecio es isósceles.
24. Demostrar que si de los vértices de un paralelogramo se trazan perpendiculares a una recta cualquiera situada fuera del paralelogramo entonces la suma de las dos perpendiculares trazadas de dos vértices opuestos es igual a la suma de las otras dos.
25. Las tres medianas de un triángulo se cortan en un punto cuya distancia a cada vértice es dos tercios de la longitud de la mediana correspondiente a ese vértice.
26. Demostrar que el segmento que une dos puntos medios de dos lados no paralelos de un trapecio es paralelo a otros dos lados y su medida es igual a la semisuma de las medidas de los lados paralelos.
27. Si dos lados consecutivos de un cuadrilátero son iguales y la diagonal biseca el ángulo formado por estos lados, los otros dos lados también son iguales.
28. En un paralelogramo trazan dos segmentos de dos vértices opuestos a los puntos medios de dos lados opuestos. Demostrar que estos segmentos trisecan la diagonal que une otros dos vértices.
29. Si en un cuadrilátero dos lados opuestos son iguales y dos ángulos consecutivos formados por estos lados son congruentes, el cuadrilátero es un trapecio.
30. Los ángulos opuestos del cuadrilátero formado por las bisectrices de los ángulos de un cuadrilátero cualesquiera son suplementarios.
31. En un cuadrado un punto que pertenece a la prolongación de un lado a través de un vértice unen con el vértice opuesto. Demostrar que el segmento obtenido es mayor que la diagonal correspondiente a estos vértices.
32. En un cuadrilátero □ABCD los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son iguales y el ángulo ∠BCD es menor que el ∠ADC. Demostrar que la diagonal $\overline{AC}$ es mayor que la $\overline{BD}$.
33. En un cuadrilátero □ABCD los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ BC son iguales y el ángulo ∠BCD es menor que el ∠ADC. Demostrar que el ángulo ∠BAD es menor que el ∠ABC.

34. En un triángulo Δ ABC, P y Q son puntos medios de $\overline{BC}$ y $\overline{AB}$ respectivamente. $\overleftrightarrow{AP}$ se prolonga hasta R, y $\overleftrightarrow{CQ}$ hasta S, AP = PR y CQ= QS. Demostrar que S, B y R son colineales.

Tarea 4
Cuadriláteros

I. Determinar con apoyo de GG cuáles figuras pueden tener las propiedades señaladas, marcando las letras correspondientes: Paralelogramo **P**; Rombo **R**; Rectángulo **A**; Cuadrado **C**; Trapecio isósceles **T**; Cuadrilátero que no es ni paralelogramo ni trapecio **B**.

1. Las diagonales se bisecan mutuamente.	P R A C T B
2. Cuatro lados iguales.	P R A C T B
3. Cuatro ángulos iguales.	P R A C T B
4. Diagonales perpendiculares.	P R A C T B
5. Dos lados opuestos paralelos y otros dos congruentes.	P R A C T B
6. Diagonales congruentes.	P R A C T B
7. Diagonales se bisecan y son perpendiculares.	P R A C T B
8. Dos pares de ángulos suplementarios.	P R A C T B
9. Dos pares de ángulos congruentes.	P R A C T B
10. Tres ángulos rectos.	P R A C T B
11. Diagonales son bisectrices de sus ángulos.	P R A C T B
12. Cada par de ángulos consecutivos son suplementarios.	P R A C T B
13. Dos pares de lados congruentes.	P R A C T B
14. Dos pares de los ángulos consecutivos iguales.	P R A C T B
15. Dos lados opuestos congruentes y paralelos.	P R A C T B
16. Cada diagonal lo divide en dos triángulos congruentes.	P R A C T B
17. Diagonales iguales y perpendiculares.	P R A C T B
18. Bisectrices de los ángulos opuestos son paralelas.	P R A C T B
19. Bisectrices de dos ángulos consecutivos son perpendiculares.	P R A C T B
20. Una diagonal es bisectriz de sus ángulos interiores.	P R A C T B
21. Diagonal lo divide en dos triángulos rectángulos.	P R A C T B
22. Cada par de ángulos consecutivos son congruentes.	P R A C T B
23. Dos ángulos son congruentes y dos lados iguales.	P R A C T B

II. Analicen la situación con GG e indique en la última columna si cada enunciado se cumple: A veces **(A),** Siempre **(S),** Nunca **(N).**

1. Las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente.	
2. Un paralelogramo equilátero es un cuadrado.	
3. Rectángulo es un paralelogramo.	
4. Un paralelogramo con diagonales perpendiculares es un rombo.	

5. Un cuadrilátero con dos lados opuestos paralelos y otros dos congruentes es un paralelogramo.	
6. Un cuadrilátero equilátero es un paralelogramo.	
7. Un cuadrilátero con las diagonales congruentes es un rectángulo.	
8. Las diagonales de un trapecio se bisecan entre sí.	
9. Un cuadrilátero con dos pares de ángulos suplementarios es un paralelogramo.	
10. Un cuadrilátero con dos pares de ángulos congruentes es un paralelogramo.	
11. Un paralelogramo con por lo menos un ángulo recto es un rectángulo.	
12. Un rectángulo con las diagonales perpendiculares es un cuadrado.	
13. Un cuadrilátero con dos lados opuestos paralelos y otros dos congruentes es un trapecio.	
14. Si las diagonales de un cuadrilátero son bisectrices de sus ángulos, el cuadrilátero es un rombo.	
15. Un cuadrilátero con cada par de ángulos consecutivos suplementarios es un paralelogramo	
16. Un cuadrilátero con dos pares de lados congruentes es un paralelogramo.	
17. Un cuadrilátero con las diagonales perpendiculares es un rombo.	
18. Un cuadrilátero con dos pares de ángulos suplementarios es un trapecio.	
19. Un cuadrilátero equilátero es un cuadrado.	
20. Un cuadrilátero equiángulo es un rectángulo.	
21. Las diagonales de un rombo son congruentes.	
22. Un rombo con las diagonales iguales es un cuadrado.	
23. Las diagonales de un rombo son perpendiculares.	
24. Un cuadrilátero con dos pares de los ángulos consecutivos iguales es un trapecio	
25. Todo trapecio tiene dos pares de ángulos consecutivos suplementarios.	
26. En todo cuadrilátero la suma de las diagonales es menor que su semiperímetro.	
27. Las diagonales de un cuadrilátero son congruentes.	
28. En todo cuadrilátero la suma de las diagonales es mayor que su semiperímetro.	
29. Si se unen los puntos medios de los lados de un cuadrilátero se forma un paralelogramo.	
30. Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos congruentes y paralelos, es un paralelogramo	
31. Cada diagonal del paralelogramo lo divide en dos triángulos congruentes.	
32. Un paralelogramo con diagonales iguales y perpendiculares es un rombo.	
33. Los segmentos que unen los puntos medios de los lados opuestos de un cuadrilátero se bisecan.	
34. Las bisectrices de los ángulos opuestos de un paralelogramo son paralelas.	
35. Las bisectrices de dos ángulos consecutivos de un paralelogramo son perpendiculares.	
36. Las diagonales del rombo son bisectrices de sus ángulos interiores.	
37. Si una diagonal divide un cuadrilátero en dos triángulos rectángulos, éste es un rectángulo.	
38. En el trapecio isósceles dos pares ángulos consecutivos son iguales.	
39. Si los ángulos de la base de un trapecio son congruentes entonces el trapecio es isósceles	
40. Existen cuadriláteros que tienen las bisectrices paralelas de dos ángulos consecutivos.	

http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/poli2.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/poli3.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/poliejer1.htm
Cuadriláteros.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/cuadri1.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/poli1.htm

Clasificación de cuadriláteros.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/cuadri2.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/cuadriejer.htm
Construcción de cuadriláteros.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/cuadri3.htm

Tarea 5
Circunferencia

1. $\overline{AB}$ es un diámetro de una circunferencia y C y D son puntos de la misma a lados opuestos de $\overline{AB}$ tales que $BC = AD$. Demuestre que $\Delta ABC \cong \Delta ABD$.

2. La recta que une el punto medio de un arco y el punto medio de su cuerda es perpendicular a la cuerda.

3. $\overline{AB}$ es un diámetro de una circunferencia con centro S y C es un punto de la misma. $\overline{SD}$ biseca a $\overline{AC}$ y $\overline{SF}$ biseca a $\overline{BC}$. Demostrar que $\overline{SD} \perp \overline{SF}$.

4. Dos circunferencias son tangentes interiormente de manera que la circunferencia menor contenga el centro de la circunferencia mayor. Demostrar, que una cuerda cualquiera de la circunferencia mayor que tenga un extremo en el punto de tangencia, es bisecada por la circunferencia menor.

5. Los puntos cualesquiera A y B dividen una circunferencia en dos arcos $\overset{\frown}{AB}$ y $\overset{\frown}{BA}$; C es el punto medio del arco $\overset{\frown}{AB}$; D es un punto cualquiera del arco $\overset{\frown}{BA}$ y F es el punto de intersección de los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{DC}$. Demostrar que $\angle DFB \cong \angle DAC$.

6. $\overline{AB}$ es un diámetro de una circunferencia con centro S; $\overleftrightarrow{DC}$ es tangente en T a la circunferencia ($\overleftrightarrow{DC}$ no es paralela a $\overline{AB}$); $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ son perpendiculares a $\overleftrightarrow{DC}$.
Demostrar que $SD = SC$.

7. Un triángulo isósceles está inscrito en una circunferencia. Demostrar que la medida el arco interceptado por el ángulo en el vértice es doble diferencia de las medidas del ángulo externo en la base del triángulo y de un ángulo en la base.

8. El ΔABC está inscrito en una circunferencia. La cuerda $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ y la cuerda $\overline{DC} \perp \overline{AB}$. Demostrar que $\overset{\frown}{BD} \cong \overset{\frown}{BE}$.

9. Dos circunferencias congruentes son tangentes exteriormente en T. El diámetro $\overline{PQ}$ es paralelo al diámetro $\overline{SR}$, con S y Q en lados distintos de $\overleftrightarrow{PR}$. Demostrar que el cuadrilátero $PQRS$ es un rombo.

10. Dos cuerdas congruentes se cortan dentro de una circunferencia. Demostrar que el cuadrilátero con vértices en los extremos de estas cuerdas es un trapecio isósceles.

11. Un cuadrado está inscrito en una circunferencia y P es un punto cualquiera del $\overline{AB}$, distinto de A y B. Demostrar que $\overline{PC}$ y $\overline{PD}$ trisecan al $\angle APB$.

12. Se da un ángulo con el vértice en una circunferencia, formado por un rayo secante y un rayo tangente. Demostrar que el punto medio del arco interceptado equidista de los lados del ángulo.

13. Dos circunferencias no congruentes son tangentes externamente en un punto T. Una secante $\overleftrightarrow{AB}$, que pasa por T, interseca a la circunferencia mayor en A y la menor en B. Demostrar que las tangentes en A y en B son paralelas.

14. $\overline{AD}$ y $\overline{DB}$ son diámetros de dos circunferencias (⊙c y ⊙s) congruentes y tangentes en D; $\overleftrightarrow{BT}$ es una tangente en T ($T \in$ ⊙c). Demostrar que $\overset{\frown}{AT} = \overset{\frown}{DT} + \overset{\frown}{DE}$ ($\overleftrightarrow{BT} \cap$ ⊙s=E).

15. Se dan una circunferencia y un punto P en su exterior. Una recta que pasa por P es tangente a la circunferencia en T. Una secante que contiene al punto P corta a la circunferencia en Q y en R, estando Q entre R y P. La bisectriz del $\angle QTR$ interseca a $\overline{RQ}$ en S. Demostrar que $PT = PS$.

16. La suma de las longitudes de dos segmentos tangentes a una circunferencia desde el mismo punto exterior, es igual al diámetro de la circunferencia. Hallar la medida del ángulo determinado por los segmentos tangentes.

17. Dos circunferencias no congruentes son ambas tangentes a $\overleftrightarrow{PT}$ en T; $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$ son segmentos tangentes. Demostrar que $PA = PB$.

18. Demostrar que en cualquier cuadrilátero $ABCD$ circunscrito alrededor de una circunferencia, las sumas de medidas de los lados opuestos son iguales: $AB + CD = AD + BC$.

19. $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{BD}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ son tangentes a una misma circunferencia con centro S; $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{BD}$ y $\overleftrightarrow{CD}$ es cualquier tangente en E; C y D son lo puntos de intersección de las tangentes; A y B son los puntos de tangencia de tangentes paralelas. Demostrar que $\angle COD$ es recto.

20. Dos circunferencias no congruentes son tangentes externamente en un punto T. Dos secantes que pasan por T, intersecan a las circunferencias en los puntos A, B, C y D. Demostrar que cuadrilátero $ABCD$ es un trapecio.

21. A una circunferencia con centro S trazan dos tangentes desde un punto M; B y N son los puntos de tangencia; $\overline{AB}$ es el diámetro; $\overleftrightarrow{AC}$ pasa por el punto N y $C \in \overleftrightarrow{BM}$. Demostrar que $BM = MC$.

22. Demostrar que la cuerda común de dos circunferencias secantes es perpendicular a la línea de los centros.

23. Los ángulos opuestos de cualquier cuadrilátero inscrito son suplementarios.

24. Demostrar que la tangente común interior de dos circunferencias tangentes biseca los segmentos tangentes de las tangentes exteriores comunes.

25. Demostrar que en dos circunferencias concéntricas las cuerdas de la mayor circunferencia tangentes a la menor son iguales.

26. Demostrar que en todo triángulo la bisectriz se encuentra entre la mediana y la altura trazadas desde el mismo vértice.

27. Demostrar que en todo triángulo rectángulo la suma de los catetos es igual a la suma de los diámetros de las circunferencias inscrita y circunscrita.

Definiciones.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/circun1.htm
Posición relativa de recta y circunferencia. Tangente. Secante.
Construcción de recta tangente a una circunferencia.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/circun2.htm
Posiciones relativas de dos circunferencias. Tangente. Secante.
Construcción de dos circunferencias tangentes.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/circun3.htm
Ángulos en la circunferencia.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/circun4.htm
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/circunejer.htm

https://bitacoraed.wordpress.com/2007/05/20/angulo-central-y-angulo-inscrito-en-una-circunferencia-1%C2%BA-eso/
http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Angulos_en_la_circunferencia/Angulos_circunferencia.htm
Circunferencia
http://es.wikipedia.org/wiki/Circunferencia
Circunferencia y Círculo
http://servidor-opsu.tach.ula.ve/profeso/villam_sa/conte/circun_circ.pdf
Autoevaluación.
http://concurso.cnice.mec.es/cnice2006/material098/geometria/geoweb/circuneval.htm

Tarea 6
Semejanza

Hacer el dibujo, marcar los elementos congruentes. Demostrar y escribir simbólicamente la demostración de los siguientes teoremas:

1. La bisectriz de un triángulo divide al lado opuesto en segmentos cuyas longitudes son proporcionales a los lados que forman dicho ángulo.

2. En un triángulo rectángulo cualquiera,
a) la altura correspondiente a la hipotenusa divide al triángulo en otros dos que son semejantes entre sí y semejantes también al triángulo original;
b) la altura correspondiente a la hipotenusa es la media geométrica de los segmentos en los cuales dicha altura divide a la hipotenusa;
c) cada cateto es la media geométrica de la hipotenusa y el segmento (en los cuales altura correspondiente a la hipotenusa divide a la hipotenusa) de ésta adyacente al cateto.

3. Se dan una circunferencia y un punto P de su exterior. Se trazan dos secantes que pasan por P. Una interseca a la circunferencia en los puntos A y B y la otra interseca a la circunferencia en los puntos D y C. Demostrar que $PA \cdot PB = PD \cdot PC$.

4. En una circunferencia dos cuerdas $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ se cortan en el punto F. Demostrar que $AF \cdot DF = BF \cdot CF$.

5. Se dan una circunferencia y un punto A de su exterior. $\overleftrightarrow{AB}$ es una tangente a la circunferencia en el punto B y $\overleftrightarrow{AC}$ es una secante que interseca a la circunferencia en los puntos D y C. Demostrar que $AB = \sqrt{AD \cdot AC}$.

6. Dos circunferencias no congruentes son ambas tangentes a una recta en el punto T. Un punto P pertenece a la recta tangente distinto de T. Una secante $\overleftrightarrow{PR}$ se corta a una circunferencia en los puntos M y R y la otra secante $\overleftrightarrow{PS}$ se corta a la otra circunferencia en los puntos K y S. Demostrar que $PM \cdot PR = PK \cdot PS$.

7. Dos circunferencias no congruentes tangentes internamente en T tienen una tangente común $\overleftrightarrow{AT}$. Una secante $\overleftrightarrow{AE}$ corta ambas circunferencias en los puntos B, C, D y E tal que $AB < AC < AD < AE$. Demostrar que $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$.

8. Dos circunferencias no congruentes se cortan en los puntos G y H. Demostrar que la recta GH biseca a las tangentes comunes.

9. $\overleftrightarrow{AD}$ es tangente en el punto A a una circunferencia con diámetro $\overline{AB}$. La secante $\overleftrightarrow{BD}$ corta a la circunferencia en los puntos B y C. Demostrar que $BA^2 = BC \cdot BD$.

10. $\overleftrightarrow{CD}$ es tangente en el punto B a una circunferencia con diámetro $\overline{AB}$ (B es punto interior de $\overline{CD}$). Una secante $\overleftrightarrow{AC}$ corta a la circunferencia en los puntos A y G y la otra secante $\overleftrightarrow{AD}$ corta a la circunferencia en los puntos A y H. Demostrar que $AC \cdot AG = AD \cdot AH$.

http://es.wikipedia.org/wiki/Potencia_de_un_punto
http://maralboran.org/wikipedia/index.php/Potencia_de_un_punto_respecto_a_una_circunferencia_%281%C2%BABach%29
http://trazoide.com/potencia-de-una-circunferencia/
http://www.mcgraw-hill.es/bcv/guide/capitulo/8448148886.pdf

Tarea 7
Problemas de construcción

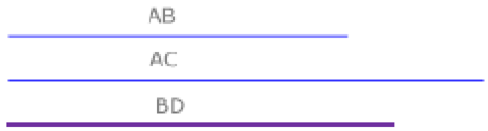
Instrucciones:
En papel construir las figuras solicitadas con regla y compas (no borrar los trazos de construcción). Describir los pasos de construcción.

I. Construcciones de triángulos y sus elementos con regla y compás

1. Dados tres lados $\overline{AB}, \overline{BC}$ y $\overline{CA}$ Construir ΔABC.
2. Dados dos lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y el ángulo $\angle ABC$ Construir ΔABC.
3. Dados un lado $\overline{AB}$ y dos ángulos $\angle ABC$ y $\angle BAC$ Construir ΔABC.
4. Trazar una bisectriz en un triángulo escaleno ΔABC.
5. Trazar la altura trazado desde el vértice del menor ángulo en un triángulo escaleno obtusángulo ΔABC.
6. Trazar una mediana en un triángulo ΔABC dado.
7. Trazar una mediatriz en un triángulo escaleno ΔABC.
8. Dados un lado $\overline{BC}$, un ángulo $\angle ABC$ y altura $\overline{AD}$, $D \in \overline{BC}$ Construir ΔABC.
9. Dados dos lados $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ y mediana $\overline{AD}$, $D \in \overline{BC}$ Construir ΔABC.
10. Construir un triángulo rectángulo dado su hipotenusa $\overline{AB}$ y un segmento igual a la suma de sus catetos $\overline{BC} + \overline{CA}$.
11. Construir un triángulo rectángulo dado su hipotenusa $\overline{BC}$ y la altura $\overline{AD}$, $D \in \overline{BC}$.

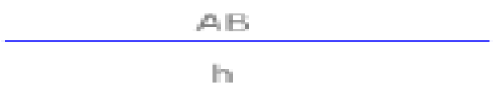
II. Construcción de cuadriláteros

1. Construir un paralelogramo de lado $\overline{AB}$ y diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ dadas.

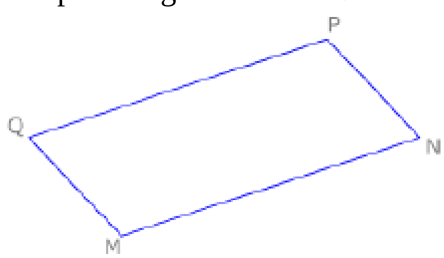


2. Construir un rombo de diagonal $\overline{BD}$ y lado $\overline{AB}$ dados.

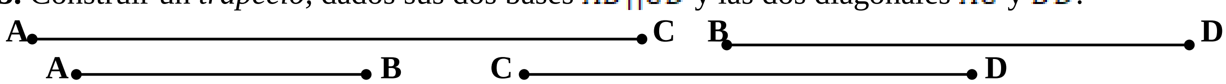
3. Construir un rombo de lado $\overline{AB}$ y altura $\bar{h}$ dados.



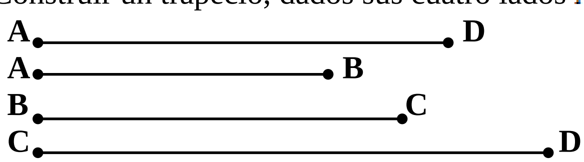
4. Construir un paralelogramo **ABCD si MNPQ** es el paralelogramo que se obtiene al unir los puntos medios de los lados del paralelogramo **ABCD**.



5. Construir un *trapecio*, dados sus dos bases $\overline{AB}||\overline{CD}$ y las dos diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$:

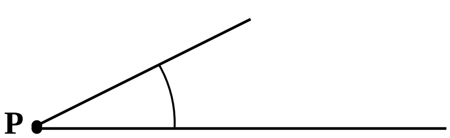


6. Construir un trapecio, dados sus cuatro lados $\overline{AB}||\overline{CD}$.



7. Trazar un rectángulo conociendo uno de sus lados $\overline{AB}$ la diagonal $\overline{AC}$.

8. Construir el paralelogramo dadas sus diagonales $\overline{AC} \cap \overline{BD} = P$, y el ángulo entre ellas:



III. Circunferencia: Construcciones

1. Trazar una circunferencia que pase por tres puntos dados.
2. Trazar una circunferencia que pase por dos puntos dados y tenga el centro en una recta dada.
3. Trazar una tangente a una circunferencia dada.
4. Trazar una tangente común a dos circunferencias dadas. Considere los casos donde las circunferencias: a) no se intersecan, b) son tangentes externamente, c) son tangentes internamente y d) se intersecan.
5. Si P es un punto en el interior de un círculo, construye la cuerda más corta que pasa por P y demuestra que es la más corta.

IV. Semejanza: Construcciones con regla y compás

1. Dividir el segmento dado en 7 segmentos iguales.

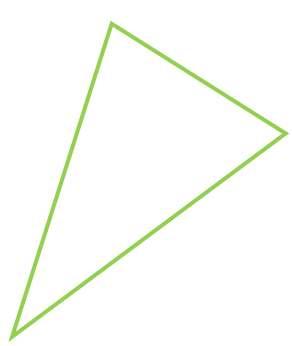
2. Dividir el segmento dado en segmentos, proporcionales a los valores 3: 5:7.

3. Por un segmento *a* dado construir un segmento de longitud $l = 3a/5$

4. Construir un segmento que sea la media geométrica a dos segmentos dados.

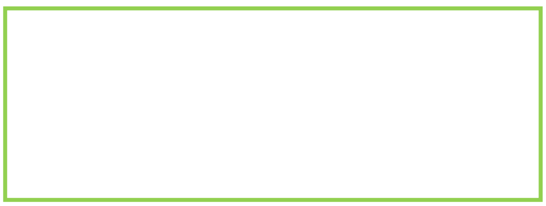
5. Construir un segmento *x*, representado por la relación $x/a = b/c$, donde *a, b, c* son segmentos dados.

6. Construir un polígono semejante a un polígono dado (k = 3)



7. Construir un cuadrado cuya área sea igual a la suma de las áreas de dos cuadrados dados.

8. Construir un cuadrado equivalente a un rectángulo dado (triángulo, paralelogramo, trapecio, cuadrilátero escaleno).



Bibliografía

1. Alexandrov, A.D., Kolgomorov, A.N., Laurentiev, M.A. (1974). *La Matemática: su contenido, métodos y significado*. TomoIII. Madrid: Alianza.
2. Amor Montaño J. A. *Antología de Lógica Matemática. Comunicación Interna* No. 30, Depto. de matemáticas. F. de Ciencias. UNAM.
3. Bell, E. T. (1985). *Historia de las Matemáticas. Fondo de Cultura Económica*. México.
4. Boyer, C. (1949). The *History of Calculus and its Conceptual Development*. Diver.
5. Cantoral, R. (1983).*Procesos del Cálculo y su Desarrollo Conceptual*. México: Sección de matemática educativa, CIEA-IPN.
6. Collette, J. P. *Historia de las Matemáticas, vols. I y II*. México: Ed. siglo XXI.
7. Courant& Robbins. (1967). ¿Qué es la Matemática? España: Ed. Aguilar.
8. Euclides. *Los Elementos*.
9. Filloy, E. Y. Historia de la Geometría Euclideana. Sección de Matemática Educativa, CIEA-IPN.
10. García, R. & Piaget, J. (1984). *Psicogénesis e historia de la Ciencia*. México: Ed. siglo XXI.
11. Howard Eves. *An Introduction to the History of Mathematics*. Squnders Coll Pub.
12. Howard Eves. (1985). *Estudio de las Geometrías*, V I y II. México: UTEHA.
13. Kline, M. (1992). El Pensamiento Matemático de la Antigüedad a nuestros días. Madrid: Alianza.
14. Wolfe Harold, E. *Geometría no Euclideana*. Holt, Rine, Hart and Winston.
15. Wentworth, G. y Smith D.E. (1993). Geometría Plana y Esférica (18ª ed.). México: Porrua.