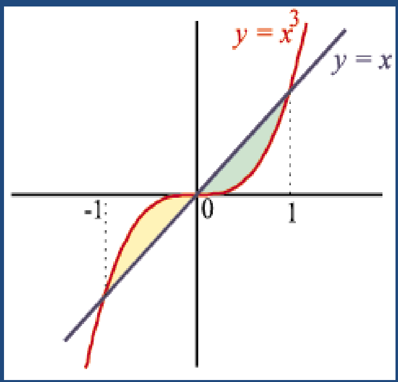
Universidad de
Guadalajara, CUCEI

MAESTRÍA EN ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS



GUÍA DE ESTUDIO

ÁLGEBRA SUPERIOR

Dr. Rafael Pantoja Rangel
Dra. Elena Nesterova
Guadalajara, Jalisco, Septiembre de 2018

Contenido

1. Introducción

El curso de Álgebra Superior integra por dos grandes áreas de la matemática, a saber:

a) Teoría de ecuaciones algebraicas.

b) Sucesiones y series.

La primera parte del curso, La teoría de ecuaciones algebraicas, se conforma de cuatro unidades en las que se estudian los temas correspondientes a polinomios y sus raíces. La primera de ellas incluye un breve repaso de los números complejos, ya que los procesos de factorización de polinomios y el cálculo de raíces de polinomios requieren de un manejo adecuado de esta clase de números. Particularmente se hace énfasis en el cálculo de las n raíces complejas de polinomios de la forma $p(x) = x^n \pm a$, con n entero positivo y a un número real.

En la segunda unidad se enuncia y se justifica el Teorema Fundamental del Álgebra, que aunado a las fórmulas de Vieta, son la piedra angular para la determinación de las raíces enteras y racionales de un polinomio. Dado que muchos de los cálculos son muy repetitivos, se utiliza el software Geogebra para graficar y evaluar polinomios. Así mismo, en la unidad tres, que trata sobre la acotación de raíces de polinomios, se utiliza Geogebra con el fin de simplificar los cálculos. También se utiliza el programa multimedia denominado POLMULTI como apoyo didáctico para el alumno a lo largo de estas tres unidades.

Geogebra es un software educativo libre que ha tenido un gran impacto a nivel internacional como herramienta para el aprendizaje de conceptos matemáticos; éste permite integrar contenidos matemáticos de diferentes áreas como la geometría, el álgebra, la geometría analítica, el cálculo o la estadística en un ambiente dinámico a interactivo. Además, incluye un lenguaje de programación de alto nivel con una semántica y una sintaxis particulares, que ofrecen posibilidades de entrada gráfica, simbólica y numérica. Algunas de las características más sobresalientes de este software son:

- Es gratuito y de código abierto GNU GPL (General Public License)
- Usa la multiplataforma de Java, lo que posibilita su portabilidad a sistemas de Windows, Linux o MacOS X.
- Las actividades realizadas son fácilmente exportables a páginas web.
- Es una combinación de un CAS (Sistema de Cálculo Simbólico) y un DGS (Sistema de Geometría dinámica) ya que combina y muestra simultáneamente las representaciones gráficas y simbólicas, permitiendo la interacción dinámica en ambas.

En la unidad cuatro se desarrollan métodos numéricos para determinar aproximaciones a las raíces racionales e irracionales de un polinomio.

La segunda parte del curso, Sucesiones y series, incluye temas de álgebra que son fundamentales para la solución de problemas de las diferentes áreas de la matemática como lo son la probabilidad y estadística, las ecuaciones diferenciales o del cálculo diferencial e integral. Por lo que su estudio es considerado como una herramienta necesaria para avanzar en el desarrollo de las ideas y conceptos del álgebra.

2. Antecedentes

2.1. El Álgebra

La teoría de ecuaciones algebraicas tiene su origen en civilizaciones antiguas como lo son la babilonia y la egipcia. Según papiros y tablas, en estas civilizaciones se resolvían problemas que involucraban ecuaciones algebraicas de primero, segundo y tercer grado con soluciones positivas enteras y racionales, ya que la inclusión del cero, de los números negativos y los números irracionales fue muy posterior al desarrollo matemático en estas culturas. Ejemplos de dichos problemas se muestran en las figuras 1 y 2.

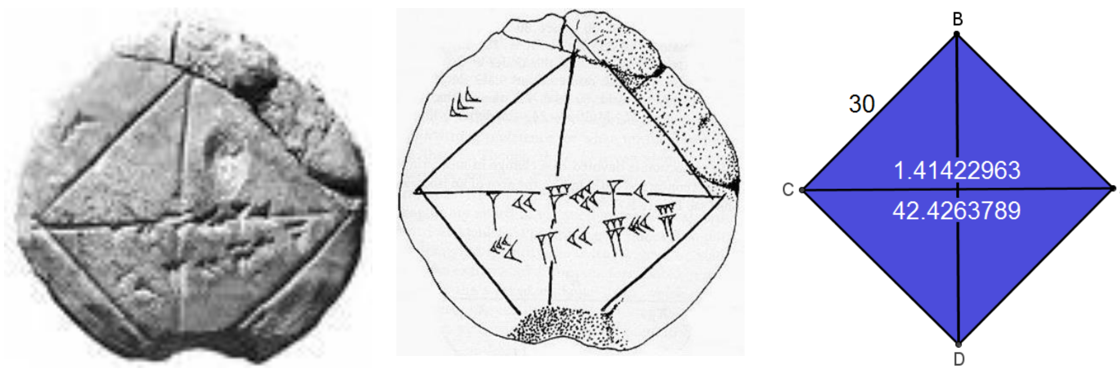


Figura 1. Tabla Yale (EB, 2014). Tablilla babilónica del periodo de 1800-1600 AC

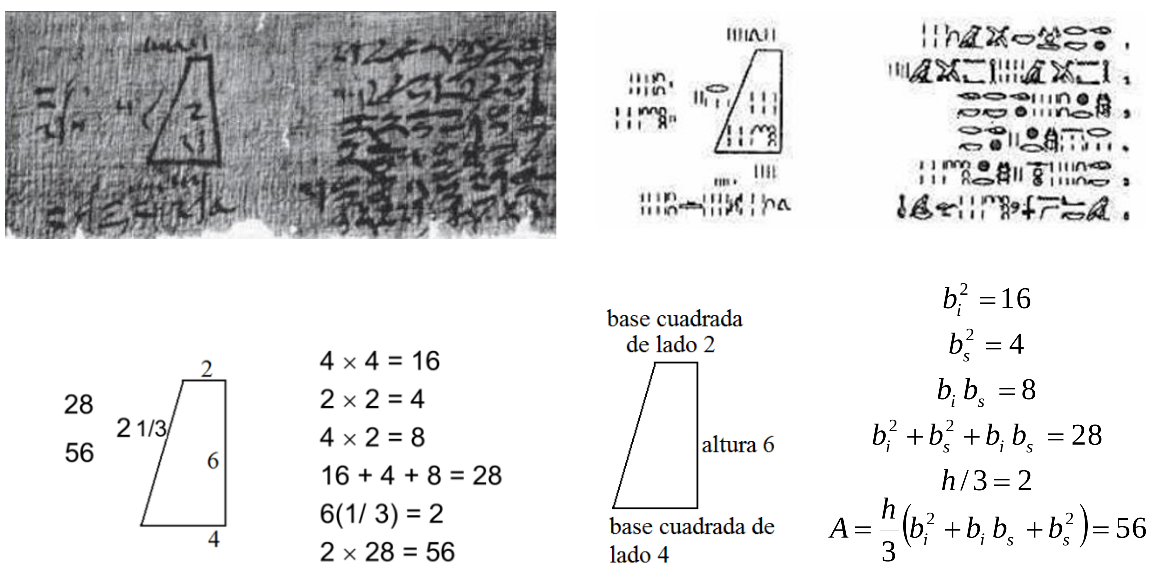


Figura 2. Papiro de Moscú. Papiro egipcio aproximadamente del año 1890 AC

En la figura 1, a la izquierda, se muestra la Tabla Yale, en la que se observa ciertas marcas, como la de un cuadrado y sus diagonales. En el lado superior izquierdo del cuadrado aparece una marca que corresponde al número 30; así mismo sobre y por debajo de la diagonal horizontal, se han tallado los números que corresponden a los mostrados en la representación de la derecha.

En la cultura griega antigua (1100-1466 AC) se plantearon diversas soluciones a problemas mediante el proceso geométrico conocido como regla y compás. Tanto la propia noción de número (número natural) como la restricción en el uso de herramientas matemáticas, propició una restricción en el tipo de problemas matemáticos que podrían haber sido considerados. Particularmente, la solución de ecuaciones quedó restringida a un conjunto muy particular de expresiones algebraicas: aquellas que podrían representarse y manipularse geométricamente con regla y compás. Si bien había alternativas de solución para problemas que involucran números no son construibles con regla y compás, éstas no eran consideradas como soluciones matemáticas. Como ejemplo tenemos el caso de los clásicos tres problemas griegos: la duplicación del cubo que origina una ecuación de tercer grado cuya solución involucra al número irracional $\sqrt[3]{2}$; la cuadratura del círculo de la que resulta el número irracional π; y, la trisección del ángulo, en cuya solución se involucra un número irracional no construible con regla y compás.

Diofanto, hacia el siglo III, trata con algunas ecuaciones que contienen más de una incógnita y obtienen soluciones racionales para ellas. Particularmente es importante su trabajo relacionado con las soluciones de la ecuación $x^2 + y^2 = 16$. Los hindúes dieron solución a ciertas ecuaciones de primer y segundo grado. El planteamiento del problema se realizaba en forma retórica y la solución se daba ya sea en forma retórica o en forma geométrica. Alrededor del siglo IX, el matemático árabe Al-Juarizmi usa el vocablo "Álgebra" como parte del título de su obra más importante: "*Libro conciso de cálculo de* ***al-jabr*** *y al-muqâbala"*, iniciando con él la conceptualización y estructuración del álgebra, aunque no su simbolización.

Un ejemplo del álgebra retórica es el siguiente:

Lenguaje retórico	Lenguaje algebraico actual
"el cuadrado más un número es igual a la cosa"	$x^2 + a = x$

En el renacimiento se resuelven ecuaciones de tercer y cuarto grado de cierto tipo. G. Cardano (1501 – 1576) y N. Fontana (1500 – 1557) se ven involucrados en una seria polémica sobre quién es el inventor de la solución de la ecuación de tercer grado $x^3 + px = q$. Por su parte, S. del Ferro (1465-1526) encuentra condiciones bajo las que algunas ecuaciones de cuarto grado pueden ser resueltas.

El lenguaje algebraico pasa de ser retórico a lenguaje sincopado, una combinación de lenguaje retórico y símbolos, para posteriormente llegar hasta como lo conocemos en nuestros días, es decir, simbólico. Se le atribuye a Descartes (1596 -1650) la creación de una simbología algebraica semejante a la actual; sin embargo, el lenguaje simbólico es una construcción en la que intervienen muchos matemáticos de gran prestigio como: L. Fibonacci (1170 -1250), L. Pacioli (1445-1517), S. de Ferro (1465-1526), N. Fontana (1500 -1557), G. Cardano (1501-1756), L. Ferrari (1522-1565), R. Bombelli (1530 -1572), F. Vieta (1540-1603) entre muchos otros. Es con Bombelli cuando aparecen por primera vez los números imaginarios.

En los siglos XVII y XVIII los resultados en el campo de las matemáticas se dan continuamente, entre ellos surge el área considerada como un puente sólido entre el álgebra y la geometría: la geometría analítica. Es con R. Descartes y P. Fermat (1601-1665) con quienes inicia y en la que el uso del álgebra es cotidiano, ya sea en la manipulación algebraica o en la solución de ecuaciones.

Posterior al renacimiento, el objetivo del álgebra fue tratar de encontrar fórmulas generales para la solución de ecuaciones de grado superior. Un matemático sobresaliente en este aspecto fue J. L. Lagrange (1736-1813) quien determina la relación funcional existente entre las raíces de un polinomio y sus coeficientes. Vieta lo había realizado antes, pero no evidenció la relación funcional como lo hizo Lagrange. En el transcurso del tiempo, la matemática requirió de demostraciones formales que validaran los diversos planteamientos. El álgebra no fue la excepción, siendo una de las primeras formalizaciones la demostración de la existencia de la raíz de una ecuación. Matemáticos como Newton (1646-1727), Leibnitz (1646-1716), Euler (1707-1783), D'Alambert (1717-1783), por mencionar solo algunos, contribuyeron al desarrollo de la matemática y en particular del álgebra.

En el siglo XIX, a través de la Variable Compleja, C. Gauss (1777-1855) demuestra el Teorema Fundamental del Álgebra, pero aún continuaba la búsqueda por determinar la solución general de la ecuación polinomial de grado *n*. En 1827 el matemático noruego N. Abel (1802-1829) demostró la imposibilidad de hallar una solución de la ecuación de grado mayor que cuatro por el método de radicales. Algo que no se debe dejar de lado es que E. Galois (1811-1832) a la edad de 20 años, formuló un criterio universal para resolver por el método de radicales, una ecuación polinomial de grado *n*. A partir de los planteamientos de Lagrange, Abel y Galois, al tratar de resolver una ecuación de grado superior a cuatro, se crea una nueva rama de la matemática llamada Álgebra Moderna.

2.2. Las sucesiones y series

Al igual que los conceptos algebraicos, ya en las culturas europeas antiguas como la egipcia o la hindú surgen las ideas relacionadas con sucesiones o progresiones aritméticas y geométricas finitas e infinitas, expresadas en contextos no simbólicos.

Un ejemplo de una sucesión no simbolizada aparece en el Mandala II del Ṛg Veda, en el himno 18 (2000-1750 AC):

Indra, ven hacia aquí con dos corceles castaños,
Ven con cuatro, con seis cuando se te invoca.

Ven tú con ocho, con diez, para beber el Soma.
He aquí el jugo, valiente guerrero, no lo desdeñes
¡Oh Indra!, ven tú aquí habiendo enganchado a tu carro
veinte, treinta, cuarenta caballos.
Ven tú con cincuenta corceles bien adiestrados, Indra,
sesenta o setenta, para beber el Soma. (De Mora y Ludwika, 2003, p. 28).

Otro ejemplo proviene del papiro egipcio denominado Papiro Rhind (1650 AC), en el cual los seis primeros problemas se refieren al reparto de 1, 2, 6, 7, 8 y 9 hogazas de pan a diez hombres.

Posteriormente, en la época de la Grecia antigua, son famosas las paradojas propuestas por el filósofo Zenón de Elea (490 – 425 AC) quien, con base en el uso de sucesiones infinitas, construye una serie de escenas basadas en el movimiento y en el análisis del continuo, que contradicen las ideas atomistas de las escuelas matemáticas griegas, particularmente de la escuela de los pitagóricos. Una de ellas es la denominada paradoja de Aquiles y la tortuga, que se basa en la serie infinita:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{2^n}+\cdots$$

Un paso más en el estudio de las sucesiones y series se debe a Arquímedes (287 AC - 212 BC). Él plantea la primera serie infinita, como resultado del trabajo de exhausión para la cuadratura de un sector parabólico (Edwards, 1979), llegando a establecer el resultado:

$$1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\cdots+\frac{1}{4^n}+\cdots=\frac{4}{3}$$

Posteriormente, L. Fibonacci en 1202, escribe su Liber abaci en la que incluye una sucesión que hoy es conocida como la sucesión de Fibonacci:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$$

N. Oresme, en 1360 (Kline, 1972), muestra la divergencia de la serie infinita:

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots$$

Éstos son algunos ejemplos del origen de las series y sucesiones, tema que al paso del tiempo se ha fortalecido como una de las áreas de más interés en la matemática. El concepto de convergencia ha jugado un papel central en el estudio de las series, en el que su problema principal consiste en determinar si una serie infinita converge, así como determinar a qué valor lo hace. Los criterios de convergencia son una poderosa herramienta para poder afirmar si una serie es convergente, o en caso contrario, divergente.

La generalización de las series infinitas hacia las series de funciones, ha sido una alternativa para encontrar las soluciones a ciertos problemas de integración y de ecuaciones diferenciales. Por ejemplo, un camino para calcular el valor de la integral que define a la Distribución Normal es el desarrollo en serie de la función exponencial en el integrando.

3. Requisitos

Los conocimientos previos requeridos para acceder al material del presente curso están contenidos en el curso de Cálculo diferencial e integral.

4. Objetivos

- Conceptualizar el Teorema Fundamental del Álgebra.
- Determinar las raíces enteras, racionales, irracionales y complejas de un polinomio.
- Aplicar los diferentes métodos para acotar las raíces de un polinomio.
- Aproximar las raíces irracionales mediante algún método numérico apoyándose con software de matemáticas.
- Comprender el concepto de convergencia.
- Aplicar los criterios de convergencia.
- Determinar las series de Taylor para funciones.
- Aplicar las series de funciones a la solución de problemas.

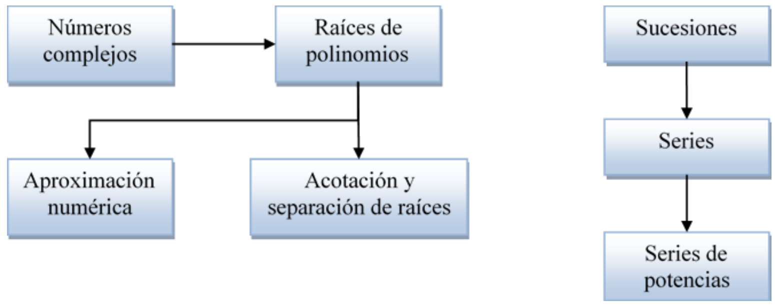
5. Metas

- Resolver ecuaciones polinómicas de grado n
- Acotar las raíces de polinomios
- Aplicar a las series los diversos criterios de convergencia
- Desarrollar una función en serie de Taylor
- Resolver problemas matemáticos y en otros contextos a través del uso de series y sucesiones

6. Programa sintético

1. Números complejos
2. Raíces de polinomios
3. Acotación y separación de raíces de polinomios
4. Aproximación numérica de raíces
5. Sucesiones
6. Series
7. Series de potencias

7. Estructura



8. Contenidos desglosados

1. Números complejos
    1. Definición y propiedades.
    2. Representaciones.
    3. Forma polar e Identidad de Euler.
    4. Potencias y raíces.
2. Raíces de polinomios
    1. Teorema Fundamental del Álgebra
    2. Relaciones de Vieta para las raíces y los coeficientes de un polinomio
    3. Raíces enteras y racionales
        a) División sintética
        b) Raíces múltiples
    4. Transformación de un polinomio
3. Acotación y separación de raíces de polinomios
    1. Cotas de raíces de polinomios:
        a) Módulo de las raíces
        b) Método de radicales
        c) Método de Newton
    2. Regla de los signos de Descartes
    3. Teorema de Budan-Fourier
4. Aproximación numérica de raíces
    1. Método de Bisección.
    2. Teorema de Rolle
    3. Método de aproximaciones sucesivas
    4. Método de la secante
    5. Método de Newton
5. Sucesiones
    1. Sucesiones finitas e infinitas
    2. Definición
    3. Operaciones con sucesiones
    4. Sucesiones monótonas y acotadas
    5. Límite de una sucesión
    6. Teoremas importantes sobre límites
6. Series

    1. Definición y propiedades
    2. Criterios de convergencia para series de términos positivos
    3. Criterios para series de términos positivos y negativos
7. Series de potencias
    1. Definición
    2. Radio de convergencia
    3. Serie de Taylor
    4. Aplicaciones

9. Metodología

A continuación se describe la organización del curso de Álgebra Superior:

- La comunicación entre el profesor y alumnos será en el aula, mediante el uso de la plataforma Moodle, vía skype, correo electrónico, teléfono o cualquier otro medio que permita el intercambio de información entre alumno-profesor, alumno-alumno.
- La forma de trabajo será individual y colaborativa, dependiendo de las actividades planteadas por el profesor. La fecha límite para la entrega del trabajo solicitado será el lunes siguiente a la terminación del tema.
- La resolución a los cuestionarios será individual; éstos estarán disponibles en la plataforma conforme se desarrolle el curso.
- Las tareas serán proporcionadas por el profesor y deberán ser remitidas en la fecha acordada previamente.
- La participación en los foros de la plataforma Moddle es obligatoria y por cada cuestión que surja de cada uno de ellos, se deberá participar al menos en dos ocasiones. La finalidad de la participación de los alumnos de la modalidad presencial en los foros electrónicos es interaccionar con sus pares de la modalidad a distancia.
- Todo alumno puede entregar problemas extras, los que se contabilizarán como una calificación adicional.
- Se tomará en cuenta la participación del estudiante en función de la comunicación con el profesor para aclarar dudas y cuestionar acerca de algún tema en particular. Este apartado será cuantificado en función de los siguientes indicadores:

    a) Mensajes vía internet al asesor (e-mail).
    rpantoja@prodigy.net.mx
    lourdes.guerrero@gmail.com

    b) Comentarios a todo el grupo vía foros.

    c) Trabajo en sesión presencial (Presencial)

    d) Comunicación vía Skype

e) Trabajo en equipo. (*Solución de los problemas propuestos por el asesor, resúmenes de materiales de lectura*)

f) Utilización de medios de comunicación alternativos (*Teléfono, paquetería, redes sociales, en caso necesario*)

– Puntualidad. Se considera la entrega de actividades del curso en tiempo y forma. Se penalizará con el 30 % de la calificación si no se cumple con el cronograma.

– Examen diagnóstico. Se aplicará en el aula a los alumnos en la modalidad presencial y, para los alumnos a distancia, se ubicará en la página plataforma moddle. Se dispondrá de 1 hora y 30 minutos para contestarlo. Loa alumnos a distancia tendrán media hora adicional para ubicarlo en la plataforma digital.

– Primer examen parcial.

Unidades I, II, III, IV	5 Oct. 2018	Presencial y a distancia

– Segundo Examen Parcial. Examen que se aplicará al final del curso.

Unidades V, VI y VII	19 Oct. 2018	Presencial y a distancia

10. Evaluación

Actividad	Fecha	Puntuación
Problemas	Al término de cada unidad	30 Puntos
Cuestionarios	Al término de cada unidad	10 Puntos
Glosario	Conforme el desarrollo del curso	10 Puntos
Participación	Conforme el desarrollo del curso	10 Puntos
Puntualidad	Conforme el desarrollo del curso	10 Puntos
Examen parcial	5 Oct. 2018	15 Puntos
Examen final	19 Oct. 2018	30 Puntos
Puntuación mínima para acreditar		70 Puntos

11. Cronograma del curso

		Fecha	
I	**Números Complejos**	17 y 18 Sep.	Actividades
1.	Definición y propiedades. Representaciones	17 Oct.	– Leer el Capítulo III: Números complejos del texto Teoría de polinomios con soporte en el MathCad de Pantoja, R., Ulloa, R. y Nesterova, D. (2007). Universidad de Guadalajara.
2.	Forma polar e Identidad de Euler	17 Sep.	
3.	Operaciones con complejos	17 Sep.	
4.	Raíces	18 Sep.	

	Entrega de los cuestionarios 1 y 2.	24 Sep	– Resolver el grupo de problemas I correspondientes a su equipo de trabajo

II	**Raíces de polinomios**	19 y 20 Sep.	Actividades
1.	Teorema Fundamental del Álgebra	19 Sep.	– Leer los capítulos VI: Raíces racionales y VIII: Polinomios de segundo, tercer y cuarto grado del texto Teoría de polinomios con soporte en el MathCad de Pantoja, R., Ulloa, R. y Nesterova, D. (2007). Universidad de Guadalajara. – Resolver el grupo de problemas II correspondientes a su equipo
2.	Relaciones de Vieta para las raíces y los coeficientes de un polinomio	19 Sep.	
3.	Raíces enteras y racionales. a) División sintética b) Raíces múltiples.	19 Sep.	
4.	Transformación de un polinomio	20 sep.	
	Entrega de los cuestionarios 3 y 4	1 Oct.	

III	**Acotación y separación de raíces**	24 Sep.	Actividades
1.	Regla de los signos de Descartes	25 sep.	– Leer los capítulos IV: Cotas para las raíces de polinomios y V: Separación de las raíces de polinomios del texto Teoría de polinomios con soporte en el MathCad de Pantoja, R., Ulloa, R. y Nesterova, D. (2007). Universidad de Guadalajara. – Explorar el software Geogebra – Resolver el grupo de problemas III correspondientes a su equipo
2.	Cotas de raíces de polinomios: a) Módulo de las raíces. b) Método de radicales. c) Método de Newton.	25 Sep.	
	Entrega del cuestionario 5	8 Oct.	

IV	**Aproximación numérica de raíces**	1 y 2 de Oct.	Actividades
1.	Método de Bisección. Teorema de Rolle	1 Oct.	– Leer el capítulo VII: Raíces irracionales del texto Teoría de polinomios con soporte en el MathCad de Pantoja, R., Ulloa, R. y Nesterova, D. (2007). Universidad de Guadalajara. – Exploración de raíces con Geogebra – Resolver el grupo de problemas IV correspondientes a su equipo.
2.	Método de aproximaciones Sucesivas	1 Oct.	
3.	Método de la secante	2 de Oct.	
4.	Método de Newton	2 de Oct.	

V	**Sucesiones**	3 al 9 oct.	Actividades
1.	Sucesiones finitas e infinitas	3 de oct	–
2.	Definición	4 de oct.	– Leer las páginas 1-66 del texto de Rivera, A. (1993), Lecturas sobre sucesiones y Series Infinitas, Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN. – Resolver el grupo de problemas V correspondientes a su equipo
3.	Operaciones con sucesiones		
4.	Sucesiones monótonas y acotadas		
5.	Examen	5 de oct.	
6.	Límite de una sucesión	8 de oct.	
7.	Teoremas importantes sobre límites	9 de oct.	
	Entrega de los cuestionarios 6 y 7	15 Oct.	

VI	**Series**	10 al 12 de oct.	Actividades
1.	Definición y propiedades	10, 11 y 12 de oct.	– Leer las páginas 66-129 del texto de Rivera, A. (1993), Lecturas sobre sucesiones y Series Infinitas, Departamento de Matemática Educativa, CINVESTAV-IPN. – Resolver el grupo de problemas VI correspondientes a su equipo
2.	Criterios de convergencia para series de términos positivos		
3.	Criterios para series de términos positivos y negativos		

VII	**Series de potencias**		15 al 18 de oct.	Actividades
1.	Definición		15 oct.	– Leer las páginas 179-279 del texto Castillo, A, Fernández, C, (1986), Series Tomo I, Ministerio de Cultura de Cuba. – Resolver el grupo de problemas VII correspondientes a su equipo
2.	Radio de convergencia			
3.	Serie de Taylor		16 oct.	
4.	Aplicaciones		17 y18 oct.	
5.	Examen		19 de oct.	
		Entrega del cuestionario 8	22 de oct.	

12. Glosario

Se considera que el conjunto de términos incluidos en este glosario, así como sus conceptos, son importantes para el desarrollo del curso, por lo que se recomienda al estudiante investigarlos y discutirlos con sus compañeros, para el buen desarrollo del curso.

Polinomio en una variable, Término independiente, Coeficiente principal, Teorema fundamental del álgebra, Raíces del polinomio, Raíces enteras, Raíces racionales, Raíces irracionales, Raíces complejas, División sintética, Fórmulas de Vieta, Cotas, Polinomio mónico, Regla de los signos de Descartes, Sucesión, Serie, Serie Geométrica, Serie aritmética, Serie telescópica, Serie Armónica, Convergencia, Criterios de convergencia, Serie de potencias, Serie de Taylor, Serie de MaClaurin, Intervalo de convergencia, Sucesión creciente, Sucesión decreciente, Límite de una sucesión, Sucesión convergente y acotada, Sucesión infinitamente pequeña, Sucesión infinitamente grande, Criterio de la integral, Criterio de la raíz, Criterio de la razón, Serie alternada, Criterio de Leibniz para series alternadas, Serie de los módulos, Serie de potencias, Dominio de convergencia, Intervalo de convergencia de una serie de potencias, Condición para generar una serie de Taylor.

13. Bibliografía

Albert, A. (1961), *Algebra Superior*, Uteha: México.

Andreescu, T., Andrica, D. (2014) *Complex Numbers from A to ... Z.* Second Edition. Springer, Dordrecht.

Cárdenas, Lluis, Raggi Y Tomás. (1983) *Algebra Superior*, Trillas: México.

Chapra S./Canale Raymond. (1987), *Métodos Numéricos Para Ingenieros*. Mc. Graw Hill: México.

De Mora, J. y Ludwika, M. (2003). *Apuntes para una historia de las matemáticas y astronomía en la India antigua.* México. UNAM, Instituto de Investigaciones Filológicas.

Derbyshire, J. (2006) *The Unknown Quantity: A Real and Imaginary History of Algebra*. Joshep Henrry Press.

EB (2014). *Matemathics: Babylonian mathematical tablet*, Fotografía de *Encyclopædia Britannica Online*, consultada el 19 de agosto de 2014 de, http://www.britannica.com/EBchecked/media/2213/Babylonian-mathematical-tablet.

Edwards, Ch. (1979) *The historical development of the calculus*, Springer Verlag: NY.

Hall Knight. (1982), Algebra Superior. Uteha: México.

Kurosh, A. (1983) *Ecuaciones Algebraicas de Grados Arbitrarios*. Editorial MIR, Moscú.

Lehmann, Ch.(1984), *Algebra*. Limusa: México.

Nakamura S.(1992), *Métodos Numéricos Aplicados Con Software*, Prentice Hall: México.

Pantoja, R. Ulloa, R, Nesterova, E. *Teoría de polinomios con el MathCad*. Editorial México.

Pantoja, R. (2009). *Apuntes de álgebra lineal*. Maestría en Enseñanza de las Matemáticas. CUCEI, universidad de Guadalajara. México.

Piskunov, N. (1993), *Cálculo Diferencial E Integral*, Quinto Sol. Mexico.

Rivera, A. (1984), *Series*. Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. México.

Rivera, A. (1987), *Sucesiones*, PNFAPM, Departamento de Matemática Educativa del CINVESTAV. México.

Spiegel, M. (1992) *Álgebra Superior*. Serie Schaumn. Mc Graw Hill, México.

Swokowski. (1981), *Algebra Y Trigonometría Con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.

Uspensky, J. V. (1987), *Teoría de Ecuaciones*. Limusa: México.

Zill, D. (1987), *Cálculo Con Geometría Analítica*. Grupo Editorial Iberoamérica: México.