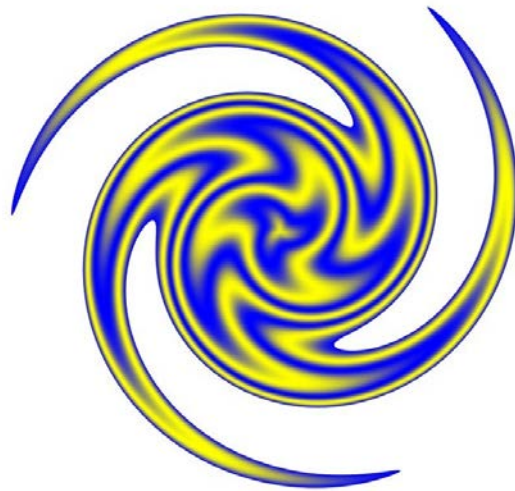


**UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA  
CENTRO UNIVERSITARIO DE CIENCIAS EXACTAS E INGENIERIAS  
MAESTRIA EN CIENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS**

**PROGRAMA Y GUIA DE ESTUDIO DE  
ANÁLISIS VECTORIAL**

Elena Nesterova



GUADALAJARA 2018

## Índice

<u><b>Introducción</b></u>	<b>2</b>
<u>Contenidos</u>	
<u>Prerrequisitos</u>	
<u><b>Objetivos</b></u>	<b>2</b>
<u><b>Justificación</b></u>	<b>3</b>
<u><b>Metas</b></u>	<b>3</b>
<u><b>Estructura</b></u>	<b>4</b>
<u>Contenidos Desglosados</u>	<b>5</b>
<u><b>Evaluación</b></u>	<b>7</b>
<u><b>Cronograma de actividades</b></u>	<b>8</b>
<u><b>Actividades de estudio</b></u>	<b>8</b>
<u>Temas</u>	<b>12</b>
<u><b>Glosario</b></u>	<b>13</b>
<u><b>Bibliografía</b></u>	<b>13</b>

## ***Introducción***

El Análisis Vectorial presenta la teoría fundamental que necesitan los matemáticos, los físicos y los ingenieros, considerando el extenso empleo de los procedimientos vectoriales en la geometría moderna, el análisis y las ciencias físicas. (Brand, 1980)

El cálculo vectorial es un campo de las matemáticas referidas al análisis real multivariable de vectores en 2 o más dimensiones. Consiste en una serie de fórmulas y técnicas para solucionar problemas muy útiles para la ingeniería y la física.

El estudio de los vectores se origina con la invención de los cuaterniones de Hamilton, quien junto a otros los desarrollaron como herramienta matemáticas para la exploración del espacio físico. Pero los resultados fueron desilusionantes, porque vieron que los cuaterniones eran demasiado complicados para entenderlos con rapidez y aplicarlos fácilmente.

Los cuaterniones contenían una parte escalar y una parte vectorial, y las dificultades surgían cuando estas partes se manejaban al mismo tiempo. Los científicos se dieron cuenta de que muchos problemas se podían manejar considerando la parte vectorial por separado y así comenzó el Análisis Vectorial.

Para los profesores de matemáticas en el nivel superior hace gran importancia aprender a enseñar los métodos vectoriales de la geometría diferencial, de mecánica, de la hidrodinámica y de la electrodinámica. El uso de los vectores simplifica la exposición de los conceptos matemáticos y físicos a través del cálculo y desarrolla las habilidades en la comprensión del lenguaje natural de ciencia espacial.

Esta guía se ha elaborado para un curso de la Maestría en Enseñanza de las Matemáticas e incluye los temas que pueden necesitarse posteriormente en las actividades profesionales de los futuros maestros.

### *Contenidos.*

- I. **Módulo 1.** Derivación de funciones vectoriales de variable real.
- II. **Módulo 2.** Derivada direccional, gradiente, divergencia y rotacional de una función vectorial.
- III. **Módulo 3.** Las integrales curvilíneas, integrales de superficie e integrales de volumen y sus conexiones.
- IV. **Módulo 4.** Transformaciones de integrales de volumen a integrales de superficie y de integrales de superficies a integrales curvilíneas.
- V. **Módulo 5.** Aplicaciones en las ciencias.

*Prerrequisitos.*

- Álgebra de vectores.
- Cálculo Superior.
- Álgebra lineal.

**Objetivos**

- Obtener los conocimientos básicos del Análisis Vectorial para el estudio sucesivo de las materias que emplean métodos vectoriales.
- Entender e interpretar los conceptos fundamentales del Análisis Vectorial.
- Utilizar los métodos del Análisis Vectorial para resolver los problemas.
- Aprender las ideas principales, estructura y didáctica de la materia para aplicarlas en la enseñanza de las matemáticas.

**Justificación**

El análisis vectorial se considera como una materia esencial para formación de los matemáticos, físicos, ingenieros y demás científicos y técnicos. En la opinión de Murray R. Spiegel (1991), “esta necesidad no es causal, el análisis vectorial no sólo constituye una notación concisa y clara para presentar las ecuaciones del modelo matemático de las situaciones físicas y problemas geométricos, sino que, además proporciona una ayuda inestimable al desarrollo de la comprensión intuitiva de las ideas físicas y geométricas y en la formación de las imágenes mentales de los conceptos físicos y geométricos”.

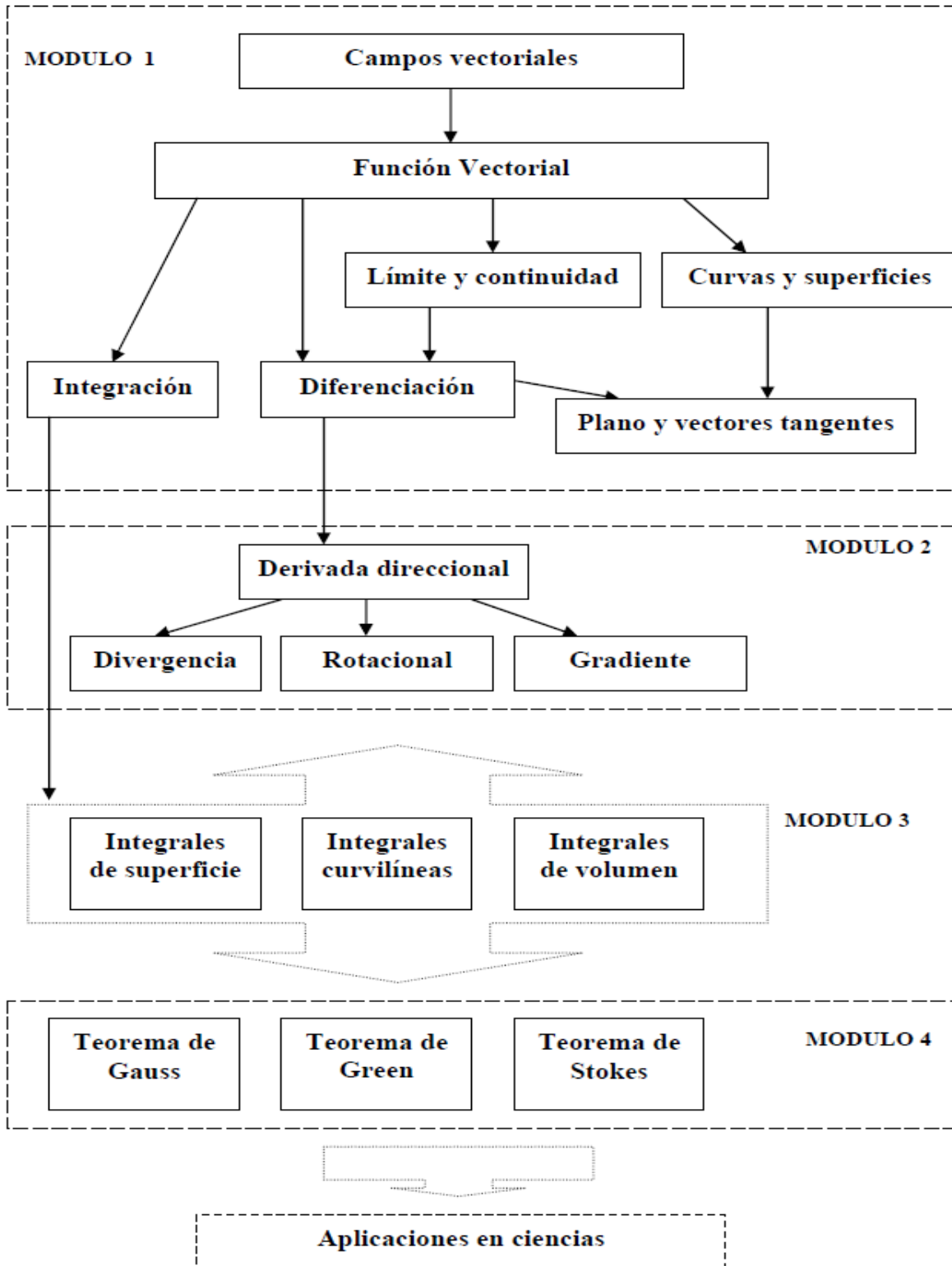
Las múltiples aplicaciones en la dinámica, mecánica de fluidos, electrodinámica se determinan esta materia como auxiliar para la solución de problemas que emplean métodos vectoriales.

**Metas**

1. Entender e interpretar los conceptos principales del Análisis Vectorial tales como la función vectorial, límite, continuidad, derivada e integral.
2. Adquirir un manejo intuitivo y geométrico de los teoremas básicos enfatizando los teoremas sobre integrales de lineal, superficie y volumen.
3. Obtener dominio en las operaciones del cálculo diferencial e integral de las funciones vectoriales.
4. Dominar los operadores diferenciales e integrales.
5. Saber interpretar las ecuaciones del álgebra vectorial y del cálculo vectorial.
6. Conocer las aplicaciones de los teoremas de Gauss, Green, Stokes.

7. Obtener la experiencia en la aplicación de los métodos del análisis vectorial para resolver los problemas geométricos y físicos.

**Estructura**



*Contenidos Desglosados.*

**Módulo 1.** Derivación de funciones vectoriales de variable real.

**Objetivos:**

- Aprender el concepto de la función vectorial de variable real, su dominio y graficación.
- Saber graficar las curvas y superficies paramétricas y funciones vectoriales de variable real aplicando un paquete matemático.
- Dominar los conceptos de límite y continuidad de funciones vectoriales de variable real.
- Ampliar el concepto de la derivada para definir la derivada de una función vectorial de variable real.
- Obtener el dominio en la derivación de funciones vectoriales de variable real.
- Manejar las representaciones analíticas y geométricas de los vectores unitario, tangencial, normal y binormal, longitud de arco y curvatura.

1.1. Curvas y superficies y sus ecuaciones paramétricas.

1.2. Funciones vectoriales de variable real, dominio y graficación.

1.3. Límite y continuidad de funciones vectoriales de variable real.

1.4. Derivación de funciones vectoriales de variable real.

1.5. Vectores unitarios, tangencial, normal y binormal, longitud de arco y curvatura.

1.6. Integral de funciones vectoriales de variable real.

**Módulo 2.** Derivada direccional, gradiente, divergencia y rotacional de una función vectorial.

**Objetivos:**

- Adquirir los conceptos de la derivada direccional y del gradiente.
- Aprender los conceptos de la divergencia y de rotacional de una función vectorial.
- Manejar las operaciones con operadores diferenciales de nabra y de Laplace.

2.1. Derivada direccional y gradiente.

2.2. El operador diferencial vectorial nabra.

2.3. Divergencia de una función vectorial.

2.4. Rotacional de una función vectorial.

2.5. El operador diferencial de Laplace.

2.6. Operaciones con operadores diferenciales y algunas identidades vectoriales.

**Módulo 3.** Las integrales curvilíneas, integrales de superficie y integrales de volumen y sus conexiones.

**Objetivos:**

- Aprender a integrar funciones vectoriales de variable real.
- Obtener el dominio en el cálculo de integrales de curvilíneas, de superficie, Integrales de volumen.

3.1. Integrales curvilíneas.

3.2. Integrales de superficie.

3.3. Integrales de volumen.

3.4. Definiciones alternas de gradiente, divergencia y rotacional.

**Módulo 4.** Transformaciones de integrales de volumen a integrales de superficie y de integrales de superficies a integrales curvilíneas.

**Objetivo:**

- Saber aplicar teoremas de Gauss, de Green, de Stokes para la integración.

4.1. Teorema de Gauss.

4.2. Teorema de Green.

4.3. Transformaciones de integrales de volumen a integrales de superficie.

4.4. Teorema de Stokes.

4.5. Transformaciones de integrales de superficies a integrales curvilíneas.

**Módulo 5.** Aplicaciones a las ciencias.

**Objetivos:**

- Obtener la experiencia en la aplicación de los métodos del análisis vectorial para resolver los problemas del movimiento de una partícula en el espacio, de la mecánica de los fluidos, de electrodinámica entre otras.
- Saber determinar la posición, velocidad y aceleración (componente tangencial y normal).

5.1. Movimiento de una partícula en el espacio. Posición, velocidad y aceleración (componente tangencial y normal).

5.2. Mecánica de los fluidos.

5.3. Electrodinámica.

5.4. Geometría.

## **Evaluación**

La calificación final se integrará de acuerdo a los puntos obtenidos según la siguiente rúbrica:

- Asistencia y puntualidad - 10%
- Tareas - 25%
- Discusiones - 25%
- Glosario - 20%
- Exámenes - 20%

*Criterios de evaluación:*

### **I. Discusiones:**

Discusión de tareas y temas estudiados – **25 pts.**

- Preguntar (**5 pts.**),
- comentar y opinar (**10 pts.**),
- responder (**10 pts.**) a las preguntas en el Foro “Análisis Vectorial”.

Se evalúa el significado y la calidad de aportaciones.

### **II. Tareas:**

Tareas – **25 pts.**

- La argumentación correcta de cada paso en solución de problema - 10 pts.
- Procedimiento correcto - 10
- Resultado final correcto - 3 pts.
- Diseño - 2 pts.

Capturar en algún procesador de texto compatible con Word de Windows con letra de 12 puntos tipo Times New Roman interlineado 1.5 y márgenes de 2.5 cm.

### **III. Examen – 20 pts.:**

La argumentación correcta de cada paso en solución de problema - 10 pts.

Procedimiento correcto - 7

Resultado final correcto - 3 pts.

### **IV. Glosario – 20 pts.**

Contenido – 10 pts.

Referencias – 4 pts.

Ejemplos – 4 pts.

Diseño - 2 pt.



**V. Asistencia y participación – 10 pts.**

Se evalúa la presencia en el sitio virtual de maestría cada día de clases: participación puntual en discusiones y entrega de tareas (por las fechas).

**Evaluación Final. Análisis Vectorial. (01.02-11.06.05)**

Alumnos	A (10pts)	T (25pts)	GL (20pts)	D (25pts)	CS (80pts)	Ex (20pts)	CF (100pts)
1.							
...							

**A** - asistencia de la semana (**max 10pts.**)

**T** - tareas de la semana (**max 25 pts.**)  $T = \frac{\sum_{i=1}^n T_i}{i}$

**D** - discusiones de la semana (**max 25 pts.**)  $D = \frac{\sum_{i=1}^n D_i}{i}$

**GL** - glosario de la semana (**max 20 pts.**)  $GL = \frac{\sum_{i=1}^n DL_i}{i}$

---

**CS** - calificación por semana (**max 80 pts.**)  $CS = A + T + D + GL$

**Ex** - Examen (**max 20 pts.**)

---

**CF** - calificación final (**max 100 pts.**)  $CF = \frac{\sum_{i=1}^4 CS_i}{4} + Ex$

***Cronograma de Actividades***

Las actividades se realizan diariamente a través del aula virtual en donde se encuentran los documentos a analizar, tareas, comentarios, foros de discusión y se interactúa con el profesor y demás alumnos, incluso en tiempo real. El horario, contenido de las clases y el cronograma de actividades se puede consultar en el calendario en la página <http://matedu.intranets.com>.

***Actividades de estudio***

**Clase 1. Curvas y superficies definidas por ecuaciones paramétricas**

Curvas y superficies y sus ecuaciones paramétricas.

Funciones vectoriales de variable real, dominio y graficación.

**Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico I pp. 2-10 (AVEMOD1) y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el Glosario 1 correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver la Tarea 1 (**ver el archivo adjunto AVET01XX.doc**)
4. Discutir los temas estudiadas en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 1 los trabajos hechos.

**Clase 2. Límite y continuidad de funciones vectoriales de variable real.**

**Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico I pp. 11-14 y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el Glosario 2 correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver la Tarea 2 (**ver el archivo adjunto AVET02XX.doc**).
4. Discutir los temas estudiadas en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 1 los trabajos hechos.

**Clase 3. Derivada de una función vectorial de variable real**

**Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico I pp. 15-19 y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el Glosario 3 correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver la Tarea 3 (**ver el archivo adjunto AVET03XX.doc**).
4. Discutir los temas estudiadas en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 1 los trabajos hechos.

**Clase 4. Vector tangente unitario, vector normal unitario y vector binormal unitario**

**Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico I pp. 19-22 y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el Glosario 4 correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver la Tarea 4 (**ver el archivo adjunto AVET04XX.doc**)
4. Discutir los temas estudiadas en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 1 los trabajos hechos.

**Clase 5. Derivadas direccionales**

**Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico II del Modulo 2 pp. 2-13 (AVEMOD2) y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el Glosario 5 correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver en los problemas 1, 2, 3, 4 de la Tarea 5 los ejercicios que corresponden a su número en la lista (**ver el archivo adjunto AVET05XX.doc**)
4. Discutir los temas estudiadas en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 2 los trabajos hechos.

## Clase 6. Gradiente

### Instrucciones:

1. Leer el Material Didáctico II pp. 13-22 y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el Glosario 6 correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver los problemas 3, 4 y en los problemas 1, 2 de la Tarea 6 los ejercicios que corresponden a su número en la lista (**ver el archivo adjunto AVET06XX.doc**)
4. Discutir los temas estudiados en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 2 los trabajos hechos.

## Clase 7. Campos escalares y vectoriales

Representación gráfica de los campos escalares  
Representación gráfica de los campos vectoriales  
Fuentes y sumideros de los campos vectoriales  
Divergencia  
Rotación

### Instrucciones:

1. Leer el Material Didáctico II pp. 22-29 y la bibliografía recomendada.
2. Contestar la Tarea 7 (**ver el archivo adjunto AVET07XX.doc**)
3. Escribir el Glosario 7 correspondiente al tema estudiado.
4. Discutir los temas estudiados en el foro.
5. Subir a la carpeta del Modulo 2 los trabajos hechos.

## Clase 8. Campos escalares y vectoriales

Representación gráfica de los campos escalares  
Representación gráfica de los campos vectoriales  
Fuentes y sumideros de los campos vectoriales  
Divergencia y Rotación

### Instrucciones:

1. Resolver la Tarea 8 (**ver el archivo adjunto AVET08XX.doc**)
2. Discutir los temas estudiados en el foro.
4. Subir a la carpeta del Modulo 2 los trabajos hechos.

## Clase 9. Repaso del tema integrales

Cálculo de integrales definidas.  
Cálculo de integrales dobles.  
Cálculo de integrales triples.  
Aplicaciones.

### Instrucciones:

1. Resolver la Tarea 9 (**ver el archivo adjunto AVET09XX.doc**)
2. Discutir las soluciones en el foro.
4. Subir la Tarea 9 a la carpeta del Modulo 3.

## **Clase 10. Parametrización de Trayectorias**

### **Instrucciones:**

1. Leer el Material de apoyo “Parametrización de Trayectorias” (en el archivo **AVET10XX.doc** de la Tarea 10).
2. Resolver la Tarea 10 (**ver el archivo adjunto AVET10XX.doc**).
3. Discutir las soluciones en el foro.
4. Subir a la carpeta del Modulo 3 los trabajos hechos.

## **Clase 11. Integral Curvilínea de primer tipo**

### **Instrucciones:**

1. Leer el Material de apoyo “Integral Curvilínea I” (archivo **AVECLASE13**).
2. Resolver la Tarea 11 (**ver el archivo adjunto AVET11XX.doc**).
3. Discutir las soluciones en el foro.
4. Subir a la carpeta del Modulo 3 los trabajos hechos.

## **Clase 12. Integral Curvilínea de segundo tipo**

### **Instrucciones:**

1. Leer el Material de apoyo “Integral Curvilínea II” (archivo **AVECLASE14**).
2. Resolver la Tarea 12 (**ver el archivo adjunto AVET12XX.doc**).
3. Discutir las soluciones en el foro.
4. Subir a la carpeta del Modulo 3 los trabajos hechos.

## **Clase 13. Flujo a través de una curva plana.**

### **Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico III del Modulo 3 pp. 22-27 (AVEMOD3) y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el glosario correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver los problemas de la Tarea 13.
3. Discutir los temas estudiados en el foro.
4. Subir a la carpeta del Modulo 4 los trabajos hechos.

## **Clase 14. Integrales de superficie**

### **Instrucciones:**

1. Leer el Material Didáctico III pp. 28-34 y la bibliografía recomendada.
2. Escribir el glosario correspondiente al tema estudiado.
3. Resolver los problemas de la Tarea 14.
3. Discutir los temas estudiados en el foro.
4. Subir a la carpeta del Modulo 4 los trabajos hechos.

## Clase 15. Repaso de los temas anteriores

### Instrucciones:

1. Trabajar con la bibliografía para escribir los glosarios pendientes.
2. Terminar las soluciones de las tareas pendientes.
3. Discutir los glosarios y soluciones de tareas en el foro, preparación al examen.
4. Subir a la carpeta del Modulo 4 los trabajos hechos.

## Clase 16. Examen

### Temas.

### I. Cálculo diferencial vectorial

- 1.1. Curvas planas y superficies y sus ecuaciones paramétricas.
- 1.2. Funciones vectoriales de variable real, dominio y graficación.
- 1.3. Límite y continuidad de funciones vectoriales de variable real.
- 1.4. Derivación de funciones vectoriales de variable real.
- 1.5. Vectores unitarios, tangencial, normal y binormal, longitud de arco y curvatura.
- 1.6. Derivada direccional y gradiente.
- 1.7. El operador diferencial vectorial nabla.
- 1.8. Divergencia de una función vectorial.
- 1.9. Rotacional de una función vectorial.
- 1.10. El operador diferencial de Laplace.
- 1.11. Operaciones con operadores diferenciales y algunas identidades vectoriales.

### II. Cálculo integral vectorial

- 2.1. Integral de funciones vectoriales de variable real.
- 2.2. Campos escalares y vectoriales.
- 2.3. Integrales curvilíneas.
- 2.4. Integrales de superficie.
- 2.5. Integrales de volumen.
- 2.6. Definiciones alternas de gradiente, divergencia y rotacional.
- 2.7. Teorema de divergencia o de Gauss.
- 2.8. Teoremas de Green.
- 2.9. Transformaciones de integrales de volumen a integrales de superficie.
- 2.10. Teorema de Stokes.
- 2.11. Transformaciones de integrales de superficies a integrales curvilíneas.

### III. Aplicaciones

- 3.1. Movimiento de una partícula en el espacio. Posición, velocidad y aceleración (componente tangencial y normal).
- 3.2. Mecánica de los fluidos.
- 3.3. Electrodinámica.
- 3.4. Geometría.

## Glosario

### Modulo 1.

Curva plana. Superficie. Ecuaciones paramétricas. Función vectorial de variable real. Dominio. Límite y continuidad de funciones vectoriales de variable real.  
Derivada de una funciones vectoriales de variable real.  
Vectores unitarios: tangencial, normal y binormal. Longitud de arco. Curvatura.  
Integral de una función vectorial de variable real.

### Modulo 2.

Derivada direccional. Gradiente. Operador diferencial vectorial nabra.  
Divergencia de una función vectorial. Rotacional de una función vectorial.  
El operador diferencial de Laplace. Identidades vectoriales.

### Modulo 3.

Campos escalares y vectoriales. Integral curvilínea. Integral de superficie.  
Integrales de volumen. Definiciones alternas de gradiente, divergencia y rotacional.

### Modulo 4.

Teoremas de divergencia o de Gauss, Teoremas de Green, Teorema de Stokes.

## Bibliografía

- Ayala, J.Z. (2000). *Aplicaciones de DERIVE para el programa de Matemáticas II de Ingeniería del SNIT (Cálculo Vectorial)*. México: CIIDET.
- Brand, L. (1980) *Análisis vectorial*. México: Compañía editorial continental S.A.
- Galindo Soto, F., et. al. (2005). *Guía práctica de cálculo infinitesimal en varias variables*. Madrid: Thomson.
- Hwei P. Hsu (1987). *Análisis vectorial*. México: ADDISON-WESLEY IBEROAMERICANA, S. A.
- Kaplan, S. W. (1985) *Matemáticas avanzadas para estudiantes de ingeniería*. México: Fondo Educativo Iberoamericano S.A. de CV.
- Marder, L. (1974). *Campos vectoriales*. México: LIMUSA.
- Marsden Tromba (1986) *Cálculo vectorial*. México: Addison W.
- Murray R. Spiegel (1991). *Análisis vectorial*. México: McGRAW-HILL.
- Ruiz, C. P. (1995) *Cálculo vectorial*. México: PRENTICE-HALL HISPANOAMERICANA, S.A.
- Rodríguez, E.C., et al. (1983). *Integrales Múltiples*. Habana: Departamento de Ediciones del ISPJAE.
- San Martin Moreno, J., at. al. (2004). *Métodos matemáticos: ampliación de matemáticas para ciencias e ingeniería*. Madrid: Thomson.
- Stein, S. K. (1972) *Cálculo en las tres primeras dimensiones*. Colombia: Mcgraw Hill Book Company U.S.A.