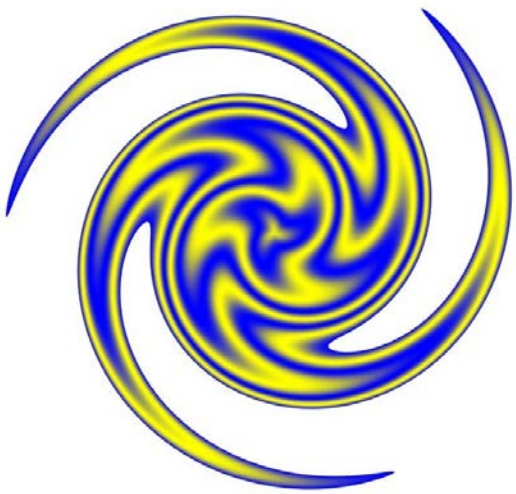
UNIVERSIDAD DE GUADALAJARA

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías

MAESTRIA EN CIENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMATICAS

PROGRAMA Y GUIA DE ESTUDIO DE: ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Elena Nesterova
Alexander Yakhno



GUADALAJARA 2018

Programa y Guía de estudio

ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

Índice

Introducción

Las ecuaciones diferenciales son una herramienta útil en la solución de problemas de diferente índole en el campo del saber humano. Una gran mayoría de fenómenos, ya sea físicos, geométricos, químicos, biológicos, eléctricos, electrónicos etc., tienen su modelo matemático basados en las ecuaciones diferenciales, debido a que involucran parámetros que son variables con el tiempo, entre ellos, la velocidad, la corriente eléctrica, la pendiente, la velocidad de reacción, la capacitancia etc. Dada su gran importancia dentro de la ciencia y la tecnología, las ecuaciones diferenciales son un área de las matemáticas que requieren de la implantación de diversas estrategias para su enseñanza aprendizaje; situación que justifica la elaboración de ésta guía de estudios, con la que se pretende que el estudiante a través de la contestación de las diversas actividades planteadas, adquiera un dominio considerable.

Contenidos.

I. Ecuaciones diferenciales de primer orden.
II. Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden n con coeficientes constantes, y homogéneas.
III. Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden n con coeficientes constantes y no homogéneas, sistemas de ecuaciones.
IV. Transformadas de Laplace.
V. Ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes variables.
VI.

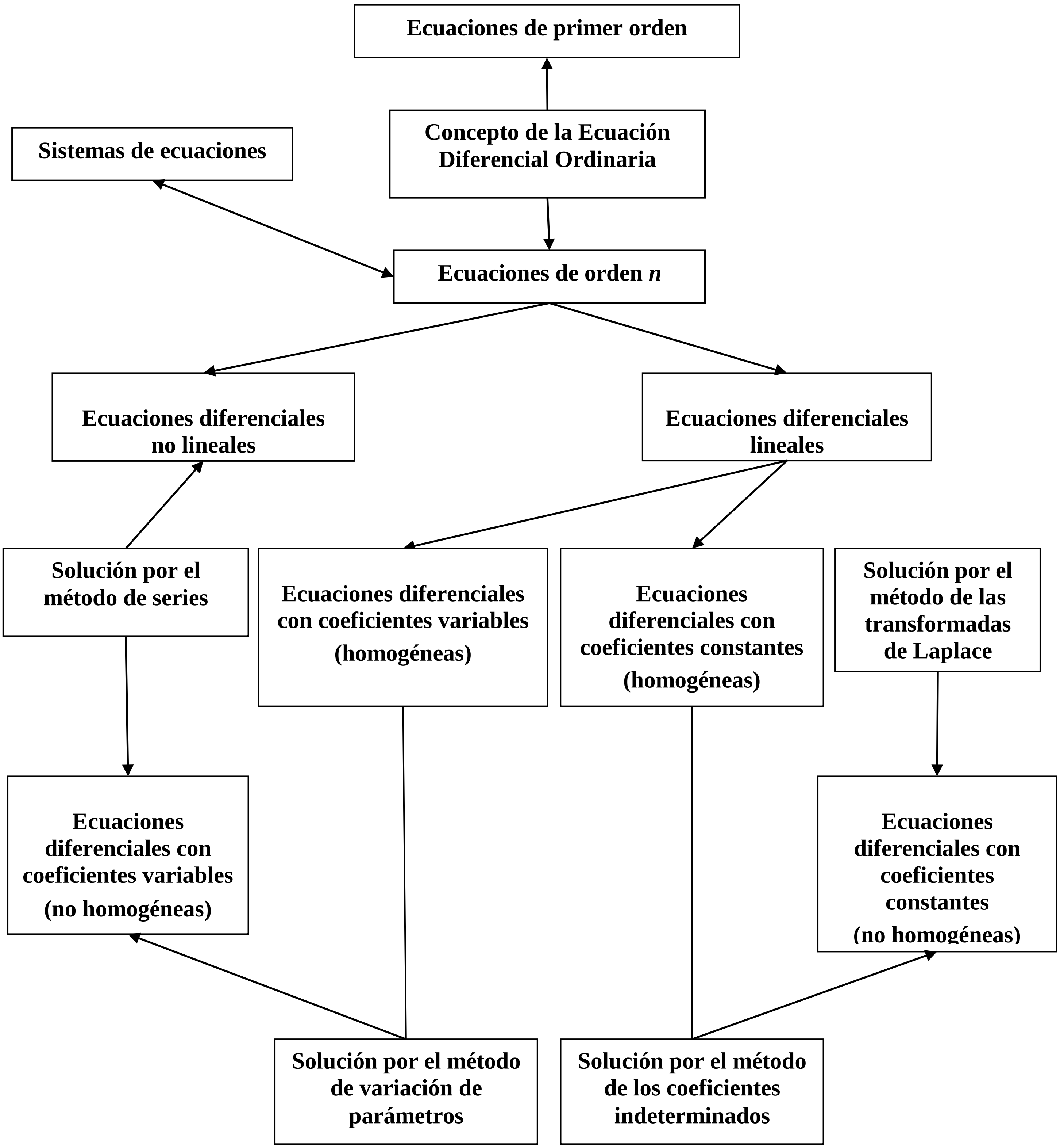
Prerrequisitos.

- Álgebra Superior.
- Álgebra lineal.
- Cálculo diferencial e integral.

Objetivos

Que los estudiantes aprendan los conceptos y propiedades relacionados con las ecuaciones diferenciales, métodos de solución y que puedan aplicarlos a la solución de problemas.

Estructura


Ecuaciones de primer orden
Concepto de la Ecuación Diferencial Ordinaria
Sistemas de ecuaciones
Ecuaciones de orden *n*
Ecuaciones diferenciales no lineales
Ecuaciones diferenciales lineales
Solución por el método de series
Ecuaciones diferenciales con coeficientes variables (homogéneas)
Ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes (homogéneas)
Solución por el método de las transformadas de Laplace
Ecuaciones diferenciales con coeficientes variables (no homogéneas)
Ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes (no homogéneas)
Solución por el método de variación de parámetros
Solución por el método de los coeficientes indeterminados

Metas

1. Desarrollar las habilidades para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden y aplicarlas en problemas físicos y geométricos.
2. Conocer y resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de orden *n* con coeficientes constantes, y homogéneas, y poder aplicarlas en problemas físicos y geométricos.
3. Obtener experiencia para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de orden *n* con coeficientes constantes, y no homogéneas, y poder aplicarlas en problemas físicos y geométricos.
4. Adquirir la habilidad para determinar la Transformada de Laplace y su Transformada Inversa, con el fin principal de aplicar las transformadas para obtener la solución de las ecuaciones diferenciales.
5. Saber usar las series funcionales para obtener la solución de las ecuaciones diferenciales con coeficientes variables.

Contenidos desglosados.

I. Ecuaciones diferenciales de primer orden.

I.1. Definición, orden y linealidad. Solución general y particular. Campo de pendientes.

I.2. Separación de variables y reducibles a variables separables.

I.3. Homogéneas y no homogéneas.

I.4. Ecuación diferencial lineal, de Bernoulli, de Ricatti.

I.5. Ecuaciones en diferenciales totales, factor integrante.

I.6. Envolvente de una familia de curvas, soluciones singulares, ecuación de Clairaut y de Lagrange.

II. Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden *n* con coeficientes constantes, y homogéneas.

II.1. Definición.

II.2. Independencia lineal y el Wronskiano.

II.3. Sistema fundamental de soluciones

II.4. Solución de ecuaciones diferenciales ordinarias de orden *n* con coeficientes constantes, y homogéneas.

II.5. Aplicaciones.

III. Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden *n* con coeficientes constantes, y no homogéneas.

III.1. Variación de parámetros.

III.2. Método de los coeficientes indeterminados.

III.3. Ecuación de Cauchy-Euler.

III.4. Sistemas de las ecuaciones diferenciales. Método de eliminación.

III.5. Sistemas de las ecuaciones diferenciales. Método modificado de Euler.

IV. Transformadas de Laplace.

IV.1. Condiciones de existencia de la transformada de Laplace.

IV.2. Teoremas de la transformada.

IV.3. Transformadas de derivadas e integrales y de funciones especiales.

IV.4. Teoremas aplicados a la transformada inversa.

IV.5. Teorema de convolución.

IV.6. Solución de ecuaciones diferenciales por medio de la transformada de Laplace.

V. Ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes variables.

V.1. Serie de Taylor. Serie de McLaurin.

V.2. Solución por el método de series alrededor de un punto ordinario.

V.3. Criterios de convergencia. Radio de convergencia.

V.4. Puntos singulares.

V.5. Solución por el método de series alrededor de un punto singular regular. Método de Frobenius.

V.6. Ecuación de Bessel.

Evaluación

La calificación final se integrará de acuerdo a los puntos obtenidos según la siguiente rúbrica:

1. Asistencia y participación	10	2. Tareas	20
3. Discusiones	50	4. Exámenes	20

Criterios de evaluación.

Asistencia y participación	• Entrega de tareas puntualmente según cronograma de actividades - **5 pts.** • Participación en discusiones puntualmente según el horario - **5 pts.**
Discusiones	• Respuestas argumentadas a las preguntas del profesor y de sus compañeros - **10 pts.** • Comentarios y opiniones sobre comentarios de sus compañeros - **10 pts.** • Preguntas sobre el tema de discusión - **10 pts.** • Presentación de sus puntos de vista sobre el tema de discusión - **10 pts**. • Creación de nuevas ideas - **10 pts**. Todos los comentarios, opiniones, preguntas y respuestas deben ser cortos, claros y **argumentados**. Total de puntos – **50 pts**.
Tareas y Exámenes	• Argumentación correcta y completa de cada paso en solución de problema - **6 pts**. • Procedimiento de solución correcto y completo - **4 pts**. • Respuesta final correcta y completa - **3 pts**. • Dibujos y gráficas, uso de software y editor de ecuaciones – **4 pts**. • Comprobación - **3 pt**s. Total de puntos por un problema – **20 pts**. Los puntos por una tarea es promedio de los puntos obtenidos en cada problema.

Para argumentar la solución tiene que definir e interpretar los conceptos, formular teoremas y reglas que vienen en la lista del Glosario. Capturar los archivos en algún procesador de texto compatible con Word de Windows con letra de 12 puntos tipo Times New Roman interlineado sencillo y márgenes de 2.5 cm.

Cronograma de actividades

Las actividades se realizan diariamente a través del aula virtual en donde se encuentran los documentos a analizar, tareas, comentarios, foros de discusión y se interactúa con el profesor y demás alumnos, incluso en tiempo real. Para realizar la comunicación verbal se aplicará el programa Skype. Entrega de las tareas se hace a las fechas indicadas en la siguiente tabla:

Tareas	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4	Tarea 5	Tarea 6	Tarea 7	Tarea 8	Tarea 9	Ex. fin.
Fecha límite	S2	S4	S6	S8	S10	S12	S14	S16	S18	S20

Actividades de estudio

Se recomienda primero leer las Lecturas propuestas y la bibliografía recomendada y estudiar los ejemplos correspondientes. Al concluir el trabajo anterior puede empezar a resolver la tarea. Las preguntas y dudas presentar en el foro de discusión.

Fecha	Tema	Actividades
04.02.14	Introducción al curso. Ecuaciones Diferenciales de primer orden. Módulo I.	Leer la Guía y las instrucciones para las actividades del curso y aclarar las dudas en el foro de la Clase 1. Leer la Lectura 1 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 1 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas.
05.02.14	Discusión 1.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 1. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 1 para la evaluación final.
06.02.14	Ecuaciones con variables separadas y separables. Ecuaciones homogéneas de primer orden. Módulo I.	Leer la Lectura 2 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 2 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
07.02.14	Discusión 2.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 2. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 2 para la evaluación final.
10.02.14	Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden y ecuaciones en diferenciales totales. Módulo I.	Leer la Lectura 3 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 3 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
11.02.14	Discusión 3.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 3. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 3 para la evaluación final.
12.02.14	Envolvente de una familia de curvas, soluciones singulares, ecuación de Clairaut y de Lagrange. Módulo I.	Leer la Lectura 4 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 4 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
13.02.14	Discusión 4.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 4. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 4 para la evaluación final.
14.02.14	Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden n con coeficientes constantes, y homogéneas. Módulo II.	Leer la Lectura 5 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 5 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
17.02.14	Discusión 5.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 5. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 5 para la evaluación final.
18.02.14	Ecuaciones diferenciales ordinarias de orden n con coeficientes constantes, y no homogéneas. Módulo III.	Leer la Lectura 6 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 6 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
19.03.14	Discusión 6.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 6. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 6 para la evaluación final.
20.03.14	Transformadas de Laplace. Módulo IV.	Leer la Lectura 7 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 7 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
21.02.14	Discusión 7.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 7. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 7 para la evaluación final.
24.02.14	Solución de ecuaciones diferenciales por el método de series en potencias. Módulo V.	Leer la Lectura 8 y la bibliografía recomendada. Resolver la Tarea 8 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
25.02.14	Discusión 8.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 8. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 8 para la evaluación final.

26.02.14	Solución de problemas de aplicación.	Resolver la Tarea 9 y subirla para la discusión en la Carpeta Tareas de su equipo.
27.02.14	Discusión 9.	En el foro de su equipo discutir las soluciones de la Tarea 8. Hacer comentarios, preguntas y respuestas. Redactar y completar la Tarea 8 para la evaluación final.
28.02.14	Examen final.	Resolver el examen y subirlo a la Carpeta Examen final.

Las fechas indicadas son obligatorias para entrega de la tarea correspondiente, pero si le gusta entregar más rápido, no hay problema, puede elegir su propio ritmo de trabajo, pero si va a entregar más tarde va a perder puntos según los criterios de evaluación.

Cuestionario

Modulo I

1. Hallar la integral general de la ecuación y resolver el problema de valor inicial con condición $y(0)=1$:

a) $y'=\tan x$ b) $y'=\cos(x-1)+x^2$ c) $y'=\dfrac{\ln(x+1)}{x+1}-e^{2x}$

2. Determine si el teorema de existencia de la solución garantiza o no la existencia de una solución para el problema de valor inicial dado:

a) $y'=x\ln y,\quad y(1)=-1$ b) $y'=\sqrt[3]{y},\quad y(0)=0$ c) $y'=\sqrt{x-y},\quad y(2)=2$

3. Hallar el campo de pendientes y curvas de solución para

a) $y'=(x-1)^2+(y+1)^2$ b) $y'=2y$ c) $y'=y-x^2$

4. Resolver las ecuaciones:

a. $(1+e^{2x})y^2dy=e^xdx;\quad y(0)=0$, b. $y'=2^{x-y};\quad y(-3)=-5$,

c. $\dfrac{dx}{x(y-1)}+\dfrac{dy}{y(x+2)}=0;\quad y(1)=1$.

5. Resolver las ecuaciones homogéneas:

a. $xy+y^2=(2x^2+xy)y'$, b. $xy'=xe^{\frac{y}{x}}+y;\quad y(1)=0$, c. $xy'=2(y-\sqrt{xy})$.

6. Resolver las ecuaciones (reducibles a homogéneas):

a. $2(x+y)dy+(3x+3y-1)dx=0$, b. $(x-y+4)dy+(x+y-2)dx=0$,

c. Hallar la curva integral que pasa por el punto $M(1, 1)$ de la ecuación diferencial

$$y'=\frac{x+y-2}{y-x-4}.$$

7. Hallar las trayectorias ortogonales de la familia de circunferencias $(x-1)^2+2(y-1)^2=R^2$ (Para resolver: 1. escribir la ecuación diferencial de la familia dada $f(x, y, y') = 0$; 2. partiendo de la condición de ortogonalidad $y'_I \cdot y'_{II} = -1$, sustituir en esta ecuación diferencial y' por $-\frac{1}{y'}$; 3. integrar la ecuación obtenida).

8. Resolver las ecuaciones lineales:

a. $xy' - y = x^2 \cos x$, b. $y' + 2xy = xe^{-x^2}$, c. $y' - \frac{y}{x \ln x} = x \ln x$; $y(e) = \frac{e^2}{2}$.

9. Resolver las ecuaciones diferenciales exactas:

a. $(x + \sin y)\,dx + (x \cos y + \sin y)\,dy = 0$,

b. $(2xye^{x^2} + \ln y)\,dx + \left(e^{x^2} + \frac{x}{y}\right)dy = 0$,

c. $(3x^2 y + \sin x)\,dx + (x^3 - \cos y)\,dy = 0$.

10. Integrar las siguientes ecuaciones que tienen un factor integrante que depende sólo de *x* o de *y*:

a. $y\,dx - x\,dy + \ln x\,dx = 0, \quad \mu = \varphi(x)$;

b. $(x^2 \cos x - y)\,dx + x\,dy = 0, \quad \mu = \varphi(x)$;

c. $y\,dx - (x + y^2)\,dy = 0, \quad \mu = \varphi(y)$.

11. Resolver la ecuación:

a. $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4$, b. $y' + \frac{2y}{x} = 3x^2 y^{\frac{4}{3}}$, c. $y' + y = e^{\frac{x}{2}} \sqrt{y}$.

12. Hallar la envolvente de los siguientes familias de curvas :

a. $y = Cx + C^2$, b. $\frac{x}{C} - \frac{y}{C^3} = 2$, c. $(x - C)^2 + y^2 = 4C$

13. Integrar las siguientes ecuaciones de Lagrange:

a. $y = 2xy' + y'^2$, b. $y = xy'^2 + y'^2$, c. $y = yy'^2 + 2xy'$.

14. Integrar las ecuaciones de Clairaut

a. $y = xy' + y' - y'^2$, b. $y = xy' + \sqrt{1 - y'^2}$, c. $y = xy' + \frac{1}{y'}$

15. Escribir la solución general de la ecuaciones diferenciales de segundo orden que se reducen a ecuaciones de primer orden:

a. $(1 - x^2)y'' - xy' = 2$, b. $y(1 - \ln y)y'' + (1 + \ln y)y'^2 = 0$, c. $yy'' - y'^2 = y^2 \ln y$.

Modulo II

1. ¿Son linealmente independientes las funciones?

a. $2x^2+1,\ x^2-1,\ x+2$; b. $\sqrt{x},\ \sqrt{x+a},\ \sqrt{x+2a}$; c. $\ln 2x,\ \ln 3x,\ \ln 4x$.

2. Integrar la ecuaciones:

a. $y''\sin^2 x = 2y$, que tiene la solución particular $y=\cot x$;

b. $y'' - \dfrac{y'}{x} + \dfrac{y}{x^2} = 0$, que tiene la solución particular $y = x$;

c. $y'' + (\tan x - 2\cot x)y' + 2\cot^2 x\cdot y = 0$, que tiene la solución particular $y=\sin x$.

3. Hallar las soluciones generales de las ecuaciones:

a. $y'' - 4y' + 4y = 0$; b. $y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$; c. $y^{IV} + 5y'' + 4y = 0$.

4. Hallar las soluciones de las ecuaciones, que satisfacen las condiciones:

a. $y'' + 5y' + 6y = 0;\quad y(0) = 1,\quad y'(0) = -6$;

b. $y'' - 10y' + 25y = 0;\quad y(0) = 0,\quad y'(0) = 1$;

c. $y'' - 2y' + 10y = 0;\quad y(\pi/6) = 0,\quad y'(\pi/6) = e^{\pi/6}$.

5. a. Dado que $y = C_1\cos mx + C_2\sin mx$ es una familia de soluciones de la ecuación diferencial $y'' + m^2 y = 0$, halle los valores del parámetro m para los cuales el problema de valor de la frontera $y(0)=0$, $y(\pi)=0$, tiene soluciones no triviales.

b. Las raíces de la ecuación característica son $k_1 = 4$, $k_2 = k_3 = -4$. ¿Cuál es la ecuación diferencial lineal homogénea correspondiente?

c. Las raíces de la ecuación auxiliar son $k_1 = -1/2$, $k_{2,3} = 3 \mp i$. ¿Cuál es la ecuación diferencial correspondiente?

Modulo III

6. Resolver las ecuaciones:

a. $y'' - 6y' + 25y = 2\sin x + 3\cos x$; b. $y'' - 6y' + 8y = 3x^2 + 2x + 1$;

c. $y'' - 9y' + 20y = x^2 e^{4x}$.

7. Use método de de variación de parámetros para encontrar la solución general de la ecuación:

a. $y'' + 4y = \sin^2 x$; b. $y'' - y = x\cos^2 x$; c. $y'' - 2y' + y = x^{-2}e^x$.

8. Encontrar las solución de la ecuación de Euler – Cauchy:

a. $x^2y'' - xy' + y = 0$, b. $x^2y'' - xy' + y = \cos \ln x$ c. $x^2y'' - xy' + 2y = 0$.

9. Hallar las soluciones generales de los sistemas:

a. $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = 8y_2 - y_1, \\ \dfrac{dy_2}{dx} = y_1 + y_2. \end{cases}$ b. $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = 12y_1 - 5y_2, \\ \dfrac{dy_2}{dx} = 5y_1 + 12y_2. \end{cases}$ c. $\begin{cases} \dfrac{dy_1}{dx} = y_1 - 2y_2, \\ \dfrac{dy_2}{dx} = y_1 - y_2. \end{cases}$

10. Cómo se puede emplear el método de coeficientes indeterminados para determinar una solución de

a. $y'' + y = \sin x \cos 2x$, b. $y'' - 2y = \sin^2 4x$, c. $2y'' + y = e^x(-\cos 3x)\cos x$

Modulo IV

1. Hallar la transformada de las funciones:

a. $f(t) = 2^t$, b. $f(t) = e^t \cos^2 t$, c. $f(t) = \sin^2 t$.

2. a. Hallar la convolución de las funciones *t* y cos *t* y la transformada de la misma.

b. Valiéndose del teorema de convolución, hallar la función original para

$$F(p) = \frac{p^2}{(p^2+1)^2}.$$

c. Aplique el teorema de convolución para encontrar transformada inversa para

$$F(p) = \frac{p}{(p-3)(p^2+1)}.$$

3. Hallar las funciones originales a partir de las transformadas dadas (reducir a la suma de fracciones elementales):

a. $F(p) = \dfrac{1}{(p-1)(p^2-4)}$, b. $F(p) = \dfrac{p+3}{p(p^2-4p+3)}$, c. $F(p) = \dfrac{1}{p(p^4-5p^2+4)}$.

4. Resolver las ecuaciones diferenciales:

a. $y' + y = e^t, \quad y(0) = 0$,

b. $y'' + y' - 2y = e^t, \quad y(0) = -1, y'(0) = 0$,

c. $y''' - 6y'' + 11y' - 6y = 0, \quad y(0) = 0, y'(0) = 1, y''(0) = 0$.

5. Encuentre la transformada de cada una de las funciones:

a. $g(t)=\begin{cases} t, & \text{para } t\geq 1, \\ 0, & \text{para } t<1. \end{cases}$ b. $g(t)=\begin{cases} 1, & \text{para } t>1, \\ t, & \text{para } t\leq 1. \end{cases}$

c. $g(t)=\begin{cases} t, & \text{para } t\leq 1, \\ 2-t, & \text{para } 1\leq t\leq 2, \\ 0, & \text{para } t>2. \end{cases}$

6. Una de las condiciones para que una función tenga transformada de Laplace es que la función sea de orden exponencial. Investiga si las funciones que se muestran a continuación cumplen dicha condición:

a. $f(t)=t^3\sin t$, b. $f(t)=\dfrac{1}{t^2+1}$, c. $f(t)=t\ln t$.

Modulo V

1. Encuentre la solución en serie de potencias. Determine el radio de convergencia:

a. $y'=x^2y$, b. $(2x-1)y'+2y=0$, c. $(x-1)y'+2y=0$.

2. Demuestre, que el método de series de potencias no proporciona soluciones en serie de potencias:

a. $xy'+y=0$, b. $2xy'=y$, c. $x^2y'+y=0$.

3. Encuentre soluciones generales en forma de series de potencias de *x*. Establezca la relación de recurrencia y el radio de convergencia:

a. $(x^2+2)y''+4xy'+2y=0$, b. $(x^2+1)y''+6xy'+4y=0$,

c. $(x^2-3)y''+2xy'=0$.

4. Determínese si $x=0$ es un punto ordinario, un punto singular regular o un punto singular irregular. Si es punto regular singular, encuentre los exponentes de la ecuación diferencial en $x=0$:

a. $3x^3y''+2x^2y'+(1-x^2)y=0$, b. $x(1+x)y''+2y'+3xy=0$, c. $x^2(1-x^2)y''+2xy'-2y=0$.

5. Encuentre dos soluciones en serie de Frobenius linealmente independientes:

a. $2x^2y''+xy'-(3-2x^2)y=0$, b. $6x^2y''+7xy'-(x^2+2)y=0$,

c- $3x^2y''+2xy'+x^2y=0$.

6. Resolver las ecuaciones:

a. $x^2y''+xy'+\left(x^2-\dfrac{1}{4}\right)y=0$, b. $x^2y''+xy'+\left(x^2-\dfrac{9}{4}\right)y=0$, c. $x^2y''+xy'+\left(x^2-\dfrac{4}{9}\right)y=0$.

7. Integrar aproximadamente con ayuda de la serie de Taylor las ecuaciones tomando los cuatro primeros términos del desarrollo, distintos de cero:

a. $y'=x^2y+y^3$, $y(0)=1$, b. $y'=x^2+y^2$, $y(0)=1$,

c. $y''-xy^2=0$, $y(0)=y'(0)=1$.

Glosario

Escriba una definición apropiada para cada concepto:

1. Orden de una Ecuación Diferencial.
2. Teorema de existencia y unicidad.
3. Campo de pendientes. Isoclinas.
4. Condiciones Iniciales. Condiciones de linealidad.
5. Método de variables separables.
6. Ecuación diferencial lineal.
7. Ecuación de Bernoulli.
8. Factor integrante.
9. Función homogénea.
10. Envolvente de una familia de curvas, soluciones singulares.
11. Dependencia lineal.
12. Ecuación característica.
13. Ecuación diferencial lineal homogénea.
14. Wronskiano.
15. Ecuación diferencial de Euler - Cauchy
16. Ecuación diferencial lineal no homogénea
17. Coeficientes indeterminados.
18. Variación de parámetros
19. Definición de la transformada de Laplace.
20. Función escalón unitario.
21. Integral de convolución.
22. Transformada de Laplace de una función periódica.
23. Transformada de Laplace de derivadas e integrales.
24. Teoremas de traslación.
25. Transformada inversa de Laplace.
26. Método de fracciones parciales.
27. Función analítica en un punto.
28. Serie de Taylor.
29. Serie de Maclaurin.

30. Intervalo de convergencia.
31. Punto ordinario. Punto singular.
32. Método de Frobenius.
33. Ecuación de Bessel.

Problemas de aplicación

1. Hallar la línea que pasa por el punto (2,3) tal que el segmento de cualquier tangente suya comprendido entre los ejes coordenados se divide en dos partes iguales en el punto de contacto.
2. La población de un pequeña ciudad crece, en un instante cualquiera, con una rapidez proporcional a la cantidad de habitantes en dicho instante. Su población inicial de 500 aumenta 15% en 10 años. ¿Cuál será la población dentro de 30 años?
3. Un termómetro se saca de una habitación, en donde la temperatura del aire es de 70°F, al exterior, en donde la temperatura es de 10°F. Después de ½ minuto el termómetro marca 50°F. ¿Cuánto marca el termómetro cuando t = 1 minuto? ¿Cuánto tiempo demorará el termómetro en alcanzar los 15°F?
4. Hallar una curva que tenga un segmento de tangente cuya longitud sea igual a la distancia desde el punto de contacto hasta el origen de coordenadas.
5. Hallar la ecuación de la curva que pasa por el punto (3,1), para la que el segmento de tangente comprendido entre el punto de contacto y el eje OX esté dividido en dos partes iguales por el punto de intersección con el eje OY.
6. Hallar la curva, para la cual, la longitud del segmento del eje de coordenadas, interceptado por cualquiera de sus tangentes, es igual a la abscisa del punto de contacto.
7. Una población bacteriana B se sabe que tiene una tasa de crecimiento proporcional a B misma. Si entre el medio día y a las 2:00 p.m. la población se triplica, ¿a qué tiempo, si no se efectúa ningún control, B será 100 veces mayor que al mediodía?
8. Una partícula se mueve a lo largo del eje x de acuerdo con la ley:

   $\frac{d^2x}{dt^2}+4\frac{dx}{dt}+13x=0$. Si esa partícula empieza su movimiento en x = 0, con una velocidad inicial de 6 metros por segundo hacia la izquierda, hallar:

a) x en función de t.

b) Los tiempos en que se producen las paradas.

9. Un resorte es de un material tal que es alargado 4 pulgadas por un peso de 8 libras. Supóngase que el peso es jalado 6 pulgadas por debajo de su punto de equilibrio, adquiriendo entonces una velocidad hacia arriba de 8 pies/seg. Describir el movimiento.

10. Una fuerza de 400 N estira un resorte 2 m. Una masa de 50 Kg. se sujeta al extremo del resorte y se la suelta desde la posición de equilibrio con una velocidad dirigida hacia arriba de 10 m/s. Halle la ecuación del movimiento.

11. Un cuerpo de masa m cae desde cierta altura con una velocidad v. Durante la caída, el cuerpo experimenta una resistencia que es proporcional al cuadrado de la velocidad. Hallar la ecuación del movimiento.

12. Hallar el tiempo necesario para que un cuerpo caiga a la Tierra desde la altura de 40 000 kilómetros si la altura se mide desde el centro de la Tierra y sabiendo que su radio es 6 400 kilómetros aproximadamente.

Bibliografía

Marcus, D. (1993). *Ecuaciones Diferenciales.* México: CECSA.

Carmona, I. (2006). *Ecuaciones Diferenciales,* México: Pearson.

Spiegel, M.R. (1983). *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas*. México: Prentice-Hall.

Boyce, W.E. y Diprima, R.C. (1991). *Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera,* México: Limusa.

Rainville, E.O. (1996). *Ecuaciones diferenciales elementales.* México: Trillas

Rainville, E.O. y Bedient, P.E. (1998). *Ecuaciones Diferenciales*. México: Iberoamericana.

Demidovich, B. (1984). *Problemas y Ejercicios de Análisis Matemático*. Moscú: Ed MIR.

Kells, L.M. (1970). *Ecuaciones Diferenciales Elementales.* México: Mcgraw-Hill.

Kreyszig, E. (2003). *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería.* Vol. 1, 3a ed. Mexico: Limusa Wiley.

Kreyszig, E. (2003). *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería.* Vol. 2, 2a ed. Mexico: Limusa Wiley.

Zill, D. G. (2006). *Ecuaciones diferenciales con aplicaciones*. Segunda edición. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Ligas

Varona Malumbres, J.L. (1996). Métodos clásicos de resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias. Logroño: Servicio de Publicaciones, Universidad de La Rioja. http://www.unirioja.es/cu/jvarona/downloads/LibroED.pdf

Tipos de ecuaciones y los métodos de su solución http://es.wikipedia.org/wiki/Ecuaci%C3%B3n_diferencial_ordinaria_de_primer_orden

Geovanni Figueroa M. Ecuaciones diferenciales. Instituto Tecnológico de Costa Rica. Escuela de Matemática. http://www.tec-digital.itcr.ac.cr/revistamatematica/cursos-linea/EcuacionesDiferenciales/EDO-Geo/edo-cap1-geo/index.html

Series de Potencias http://neutron.ing.ucv.ve/electronica/materias/c2515/temas1_archivos/tema5.pdf

Introducción a las ecuaciones diferenciales. Ecuaciones lineales. http://www.uhu.es/320099001/Docencia/tema_6.pdf