Guía de Estudio

Graficación de Funciones sin Cálculo

Índice

1. Introducción

La propuesta didáctica de la guía parte de un conjunto de diez funciones que se denominarán base, a partir de las cuáles se determina el bosquejo de la gráfica de un buen número de funciones, sin necesidad de recurrir a los métodos planteados por el cálculo diferencial, que son más precisos, pero que requieren de elementos de cálculo. Se considera que el estudiante tiene los conocimientos previos que le permitirán reconocer el bosquejo del denominado conjunto de funciones base, que se presenta en la tabla I, su dominio y contradominio.

La graficación de funciones sin cálculo, es un tema que por lo general se estudia en los inicios de un curso de cálculo diferencial e integral, pero la forma en que suele presentarse en los diferentes textos es la tabular o método *punto a punto*, situación que provoca que el bosquejo de la gráfica se trace como la unión de trozos de recta, y que por consecuencia, pierda la concavidad, concepto importante en la interpretación geométrica de la derivada.

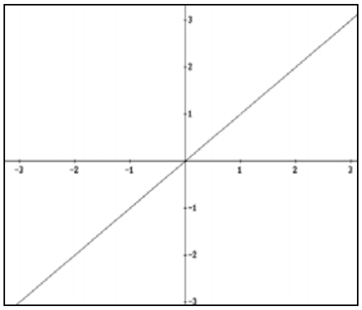
En el método planteado en la guía de estudios, la elección de los puntos que se van a usar en el trazo de la gráfica de la función, serán aquellos que permitan ubicar las regiones del plano cartesiano en las que se ubiquen las graficas, en otras palabras, serán importante las raíces de las funciones en cuestión, los puntos que quedan fijos en la transformación de las funciones base y aquellos que originen una asíntota.

En síntesis, el método propuesto trata de bosquejar la gráfica de una función sin el uso del cálculo, pero en el que la curva no debe de perder sus características esenciales, como la concavidad, la simetría, su comportamiento en puntos singulares y en el infinito, por mencionar algunas, y así mismo, poder determinar en forma paralela el dominio, el contradominio y las raíces. El método que se utiliza en la guía para la graficación de funciones sin cálculo parte de la idea de utilizar las funciones base y las operaciones aritméticas, suma, resta, multiplicación, división y la potenciación para trazar el bosquejo, como una combinación de funciones.

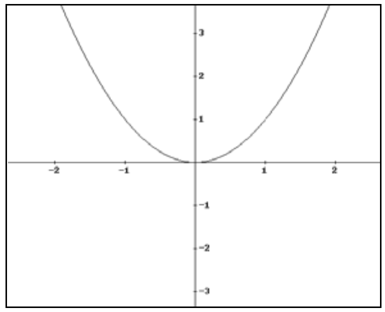
La estructura de la guía se integra por cuatro partes:

1. En la primera se define el conjunto de funciones base, se analiza su dominio, su contradominio y su gráfica.
2. Para la segunda unidad, a partir de las funciones base se plantea trazar el bosquejo de funciones de la forma $f(x) + c$, $f(x - b)$, $k\,f(x)$ y $kf(x - b) + c$, donde k, b y c son números reales.
3. En la tercera unidad, a partir del trazo de dos funciones conocidas $f = f(x)$ y $g = g(x)$, se determina el bosquejo de la función $f(x)*g(x)$, donde el asterisco (*) representa alguna de las operaciones aritméticas, suma, resta, multiplicación y división.
4. En la parte cuatro se presentan ejercicios relacionados con las gráficas de funciones de varias formas tales como $|g(x)|$, $h(|x|)$ y $[f(x)]^n$, entre otras.

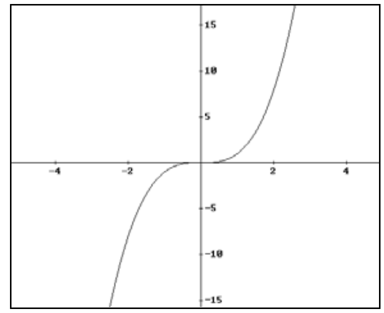
Tabla I



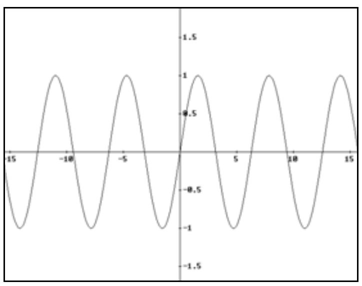
$f(x) = x$
$f : \Re \rightarrow \Re$



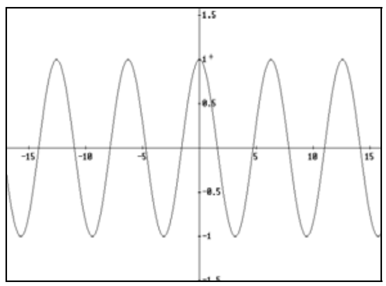
$f(x) = x^2$
$f : \Re \rightarrow [0, \infty)$



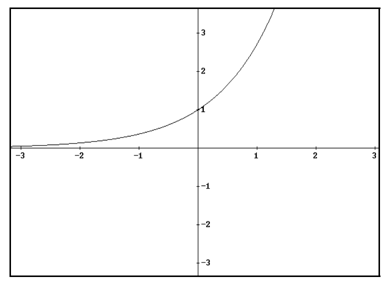
$f(x) = x^3$
$f : \Re \rightarrow \Re$



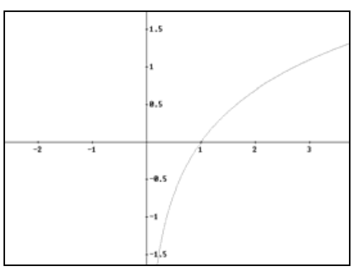
$f(x) = \text{sen}(x)$
$f : \Re \rightarrow [-1, 1]$



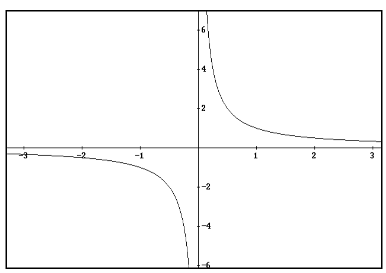
$f(x) = \cos(x)$
$f : \Re \rightarrow [-1, 1]$



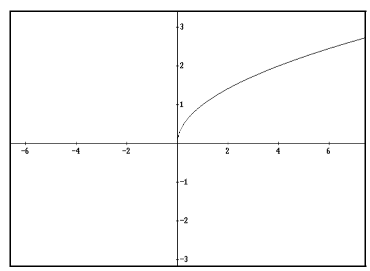
$f(x) = e^x$
$f : \Re \rightarrow [0, \infty)$



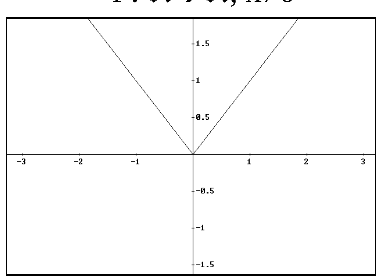
$f(x) = \ln(x)$
$f:[0, \infty) \rightarrow \Re$



$f(x) = \dfrac{1}{x}$
$f : \Re \rightarrow \Re,\ x \neq 0$



$f(x) = \sqrt{x}$
$f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$



$f(x) = |x|$
$f : [0, \infty) \rightarrow \Re$

Prerrequisitos: Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica.

2. Objetivo

Aprender a trazar el bosquejo de la gráfica de funciones sin utilizar cálculo.

3. Justificación

La graficación de funciones sin cálculo es considerada básica cuando se inicia el estudio del cálculo diferencial e integral, porque una estrategia a la que se ha recurrido para explicar conceptos difíciles de entender por el estudiante, ha sido incluir figuras, gráficas o esquemas que indiquen o en su defecto, den una alternativa de solución al problema. A continuación se mencionan algunos temas de matemáticas que para su mejor entendimiento, requieren de una interpretación gráfica:

- la raíz de una función que se interpreta como el punto donde la curva asociada cruza o toca al eje de las abscisas
- la integral definida como área bajo la curva
- la pendiente de la recta tangente como la derivada de la función
- la relación de las expresiones matemáticas de las cónicas con sus gráficas
- el teorema del valor intermedio para la integral
- el teorema del valor medio para la derivada

4. Metas

- Trazar el bosquejo de las funciones base
- Definir el dominio y contradominio de una función
- Graficar funciones de la forma $k f(x + b) + c$
- Graficar funciones de la forma $f(x) * g(x)$
- Detectar las características relevantes de una función a partir de su gráfica, como pueden ser: simetría, concavidad, dominio, contradominio, asíntotas y puntos de discontinuidad sin usar el cálculo

5. Estructura y contenidos

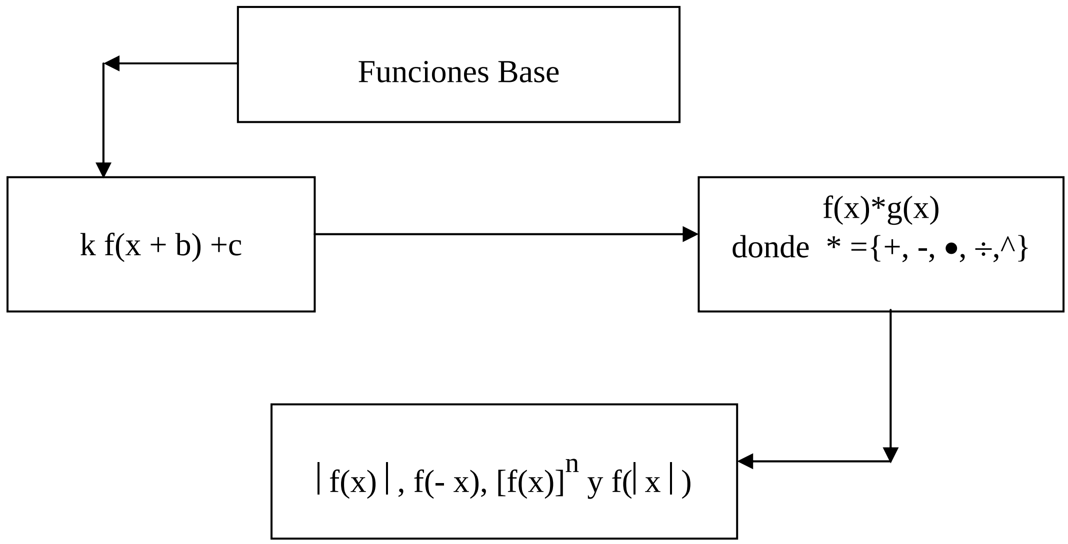
I. Conjunto de funciones base

II. Gráficas de funciones de la forma $k f(x + b) + c$

III. Graficación de funciones de la forma $f(x) * g(x)$ donde el asterisco significa una operación aritmética

IV. Graficación de funciones de varias formas $|f(x)|$, $f(-x)$, $[f(x)]^n$ y $f(|x|)$

Estructura del curso



Contenidos desglosados

I Introducción

1.1 Introducción, 1.2 Plano cartesiano, 1.3 Relación, 1.4 Definición de gráfica, 1.5 Simetría, 1.6 Definición de función, dominio y contradominio, 1.7 intervalo y sus notaciones, 1.8 Conjunto básico de funciones.

II Graficación de funciones de la forma a f(x + b) + c.

2.1 Gráfica de funciones de la forma f(x) + c, 2.2 Gráfica de funciones de la forma f(x + b), 2.3 Gráfica de funciones de la forma a) k f(x) Expansión k > 1, b) compresión 0 < k < 1 y c) reflexión k = -1, 2.4 Gráfica de k f (x + b) + c.

III Graficación de una función de la formas f(x) * g(x).

3.1 Suma de funciones f(x) + g(x), 3.2 Resta de funciones f(x) – g(x), 3.3 Producto de funciones f(x)g(x) , 3.4 Cociente de funciones f(x)/g(x).

IV. Graficación de varios tipos de funciones.

4.1 Gráfica de |f(x)|, 4.2 Gráfica de f (|x|), 4.3 Gráfica de f (kx), 4.4 Gráfica de $[f(x)]^n$.

6. Evaluación

La calificación final se integrará de acuerdo a los puntos obtenidos según la siguiente rúbrica:

Participación	20
Cuestionario	30
Problemas de aplicación	10
Temas de investigación	10
Glosario	10
Exámenes Parciales por unidad	20
Examen Global (si necesario)	**

** En el caso del propedéutico de la Maestría en Ciencias en Enseñanza de las Matemáticas sólo se presenta examen global

7. Cronograma de actividades críticas

Cuestionario: Una estimación del tiempo requerido para la solución del cuestionario para la guía de álgebra es de 25 horas, distribuido de la siguiente manera:

Tema	Tiempo (horas)
Funciones Base	*6*
Graficación de funciones de la forma k f(x + b) +c	*8*
Graficación de funciones de la forma f(x)*g(x) donde el * = {+, -, •, ÷ y ∧}	*10*
Graficación de funciones de la forma $\lvert f(x)\rvert$, $f(\lvert x\rvert)$, f (kx), $[f(x)]^n$	*6*

Además, es posible que se requieran:

- Glosario: 3 Horas
- Autoevaluación: 3 horas
- Problemas de aplicación: 4 Horas

8. Actividades de estudio

Cuestionario: La guía de Graficación de Funciones contempla una serie de ejercicios que considera todo el contenido de un curso de graficación de funciones sin cálculo, con base en el método propuesto. Se sugiere que el estudiante solucione los problemas planteados en trabajo individual y en trabajo colaborativo. Se advierte que resolver el conjunto de problemas propuestos es una tarea no trivial, pero se pretende que al solucionar un buen número de ellos el alumno desarrollará la habilidad para trazar el bosquejo de la gráfica de una función.

Se considera que tanto en el caso de la educación tradicional como en los programas a distancia, el trabajo colaborativo propicia que el alumno transforme las técnicas de graficación de funciones en conocimiento. En la actualidad el trabajo en grupos colaborativos se puede propiciar a través del correo electrónico, medio que en la actualidad es una alternativa que permite a los alumnos estar en comunicación constante, además, de que se puede enviar y recibir información, en varias formas, por medio mensajes escritos en el procesador de texto del navegador o bien en archivos de texto, de imágenes, de video o de audio digitalizado, entre otras alternativas.

Glosario: Esta actividad se refiere a que el alumno debe indagar las definiciones de los conceptos más relevantes de la materia, con lo que se pretende que al manejar tales términos se propiciará aprendizaje.

Autoevaluación: Con la finalidad de dar al alumno una idea de los contenidos y el nivel de dificultad de un examen global de Graficación de funciones sin cálculo, se presenta una serie de ejercicios que deberá resolver en el tiempo marcado y con las herramientas que se le indican.

Problemas de aplicación: Son una serie de ejercicios que involucran aplicaciones en las distintas áreas de conocimiento y cuyo objetivo es que a través de la solución, se dé cuenta del gran potencial que tiene la graficación de funciones, como un sustento teórico de otras ramas de la ciencia y la tecnología.

9. Cuestionario

1.1 Definir producto cartesiano y relación

1.2 Describe lo que entiendes por gráfica

1.3 Investiga los tipos de simetría que puede tener una relación. En el plano cartesiano dibuja curvas con los diferentes tipos de simetría.

1.4 Definir función, dominio y contradominio

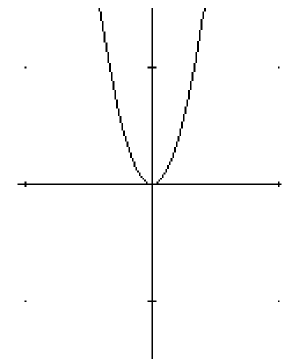
1.5 Explica la diferencia entre una relación y una función. Fundamenta las diferencias en forma analítica y gráfica

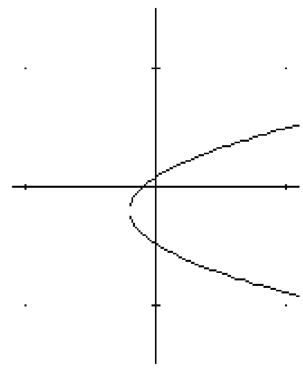
1.6 Determina la simetría que tienen las siguientes relaciones

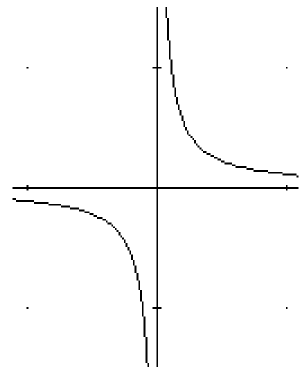
a) $x^2 + y^2 = 3$ b) $f(x)=e^x$ b) $x^2 - y^2 = 1$ c) $y = x^2 + 1$ d) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$

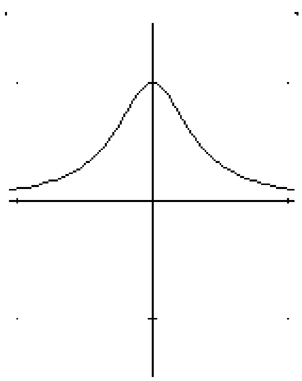
1.7 e) $f(x) = 2x^2 - \cos(x)$ g) $f(x)=x^3 - x$ h) $x^2 - y^2 = 4$ i) $y = x^4 - 2x^2 + 1$

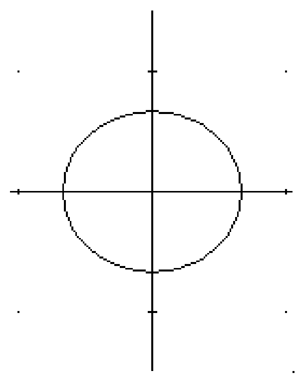
1.8 En las siguientes gráficas, indicar cuáles de ellas son funciones y cuáles no. Justificar.

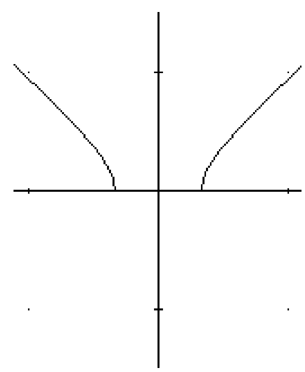












1.9 Relacionar las funciones base con su dominio y contradominio

a) $y = e^x$	( ) $f : \Re \rightarrow (0, \infty)$
b) $y = \ln(x)$	( ) $f : (0, \infty) \rightarrow \Re$
c) $y = 1/x$	( ) $f : \Re\text{-}\{0\} \rightarrow \Re\text{-}\{0\}$
d) $y = x$	( ) $f : \Re \rightarrow \Re$
e) $y = x^2$	( ) $f : \Re \rightarrow [0, \infty)$
f) $y = x^3$	( ) $f : \Re \rightarrow [-1,1]$
g) $y = \text{sen}(x)$	( ) $f : \Re \rightarrow [0, \infty)$
h) $y = \cos(x)$	( ) $f : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$
i) $y = \sqrt{x}$	( ) $f : \Re \rightarrow [-1,1]$
j) $y = \lvert x \rvert$	( ) $f : \Re \rightarrow \Re$

2.1 A partir de la gráfica de la función base y = f(x), trazar los bosquejar para las funciones indicadas, determinar su dominio y su contradominio:

a) $y = x + 2$, $y = x - 1$, $y = x + 3$

b) $y = sen(x) + 1$, $y = sen(x) + 3$, $y = sen(x) – 3$
c) $y = \ln(x) + 3$, $y = \ln(x) - 2$, $y = \ln(x) + 4$
d) $f(x) = |x| + .33$, $y = |x| - 4.65$, $y = |x| + 7.32$

Con base en las gráficas realizadas, dar respuesta a las siguientes preguntas:

a) ¿Hacia dónde se desplazaron las gráficas?
b) ¿Cuál es la regla para las gráficas?
c) ¿Describir en que forma se modifican el dominio y el contradominio de las funciones, con respecto a la función base que las genera?

2.2 Trazar las gráficas de las ecuaciones que se dan a continuación:

$f(t) = sen(t) + \frac{\pi}{3}$	$f(x) = x - 3$	$f(x) = \|x\| - 1$
$y = \frac{1}{x} - 5$	$f(t) = \cos(t) -$	$f(x) = \ln(x + 2)$
$h(z) = e^{z} + \frac{5}{2}$	$y = x^{3} - 1.121$	$y = \frac{1}{x^{2}} + 1$

2.3 Bosquejar la gráfica de las funciones e indicar el dominio y el contradominio.

a) $y = \sqrt{x - 3}$ b) $y = e^{x-2}$ c) $y = |x + 2|$

d) $y = sen\ (x - \pi)$ e) $y = (x + 3)^2$ f) $f(x) = \frac{1}{x + 1}$

En general, en la función f(x + b), la constante b hace que la función f(x) se desplace hacia

____

Describir cómo se modifica el dominio y el contradominio de las nuevas funciones

____

2.4 Explicar cómo se transforma la función f(x) si se multiplica por una constante k. Ejemplificar para a = 2, 3, 1/2 y 1/3 con las funciones $y = e^x$, $y = x$, $y = \cos(x)$, $y = \sqrt{x}$.

2.5 Si k = -1, describir los cambios que la gráfica de la función y = k f(x).

2.6 Relacionar las columnas siguientes:

( ) Expansión		(a)	$k = -1$
( ) Compresión		(b)	$-1 < k < 0$
( ) Expansión y compresión		(c)	$1 < k < \infty$
( ) Reflexión		(d)	$0 < k < 1$
( ) Compresión y reflexión		(e)	$-\infty < k < -1$

2.7 Completar. En la función $k\, f(x + b) + c$:

a) El parámetro k hace que f(x) ________________________

b) El parámetro b hace que f(x) ________________________

c) El parámetro c hace que f(x) ________________________

2.8 Trazar el bosquejo de la gráfica de las funciones e indica el dominio y el contradominio:

$y = 2e^{x-1} - 1$	$y = \sqrt{3}\cos(x - \pi)$	$f(x) = -\lvert x + 3.41 \rvert + 4$
$f(w) = -2\sqrt{x-3} + 1.23$	$f(x) = \dfrac{3}{(x-1)^2} + \pi$	$f(t) = \dfrac{-2}{t+\pi} - \dfrac{3}{2}$
$g(t) = -3\ln(t-2) - 2.13$	$g(w) = 2sen\left(w - \dfrac{\pi}{3}\right) - 4$	$h(x) = 3(x+2)^2 + \pi$

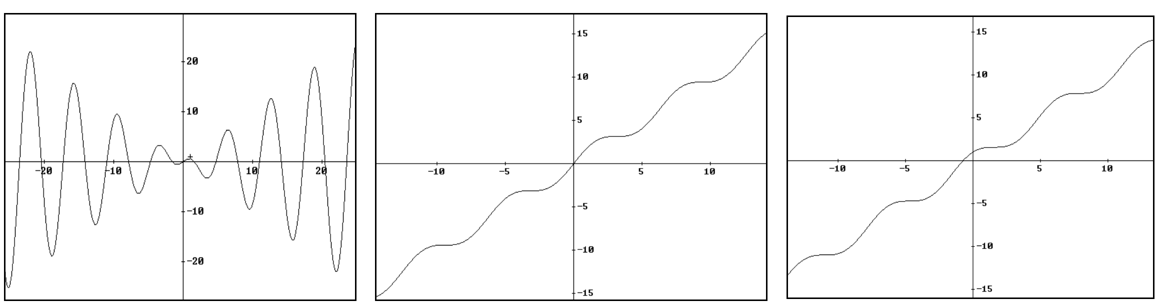
3.1 En el mismo sistema coordenado trazar la gráfica de f(x), de g(x) y de la suma f(x) + g(x):

a) $f(x) = \cos(x)$, $g(x) = x$ b) $f(x) = x$, $g(x) = x^2$ c) $f(x) = 1/x$, $g(x) = \sqrt{x}$

d) $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-x}$ e) $f(x) = \ln(x)$, $g(x) = \lvert x - 1 \rvert$

3.2 Realizar lo mismo que para el ejercicio 3.1 pero para la resta de las funciones f(x) - g(x). ¿Cuál es dominio y el contradominio?

3.3 La gráfica de $f(x) = sen(x) + x$ es (___):



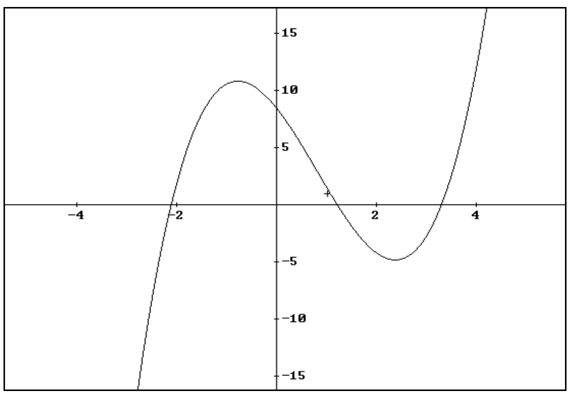
(a) (b) (c)

3.4 Escribir h(x) como una resta de funciones f(x) – g(x), donde f(x) y g(x) son funciones cuyo bosquejo sea conocido y determinar el número de raíces que tiene:

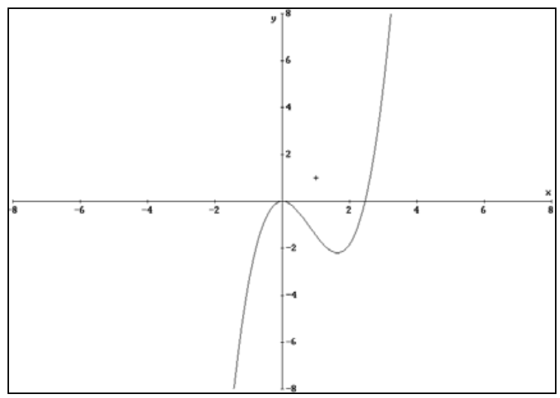
a) $h(x) = x^3 + x - 1$ b) $h(x) = x - 1 + e^x$

c) $h(x) = \cos(x) - x/10$ d) $h(x) = \ln(x) - x^2 + 2$

3.5 A partir de las gráficas mostradas, determinar el bosquejo de h(x) + g(x) y h(x) - g(x).



f(x)



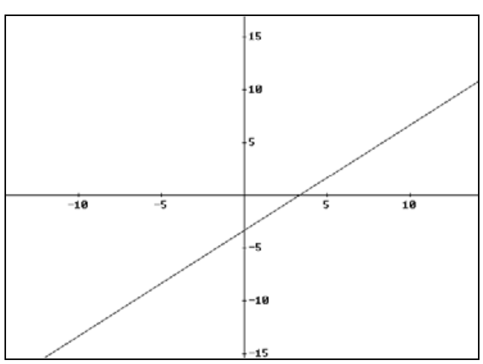
g(x)

3.6 Interpretar h(x) como un producto de funciones f(x) y g(x) conocidas y trazar el bosquejo de su gráfica: (Sugerencia: A partir de la regla para el producto de números identificar las regiones por donde pasa la gráfica)

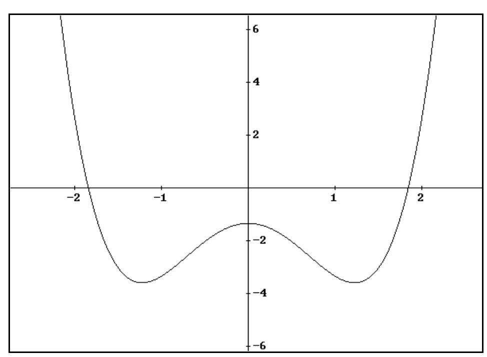
a) $h(x) = x\,\text{sen}(x)$ b) $h(x) = x^3 + x^2$

c) $h(x) = (x + 1)\ln(x + 3)$ d) $h(x) = \cos(x)\,e^x$

3.7 A partir de las gráficas de f(x) y g(x), dibujar la gráfica del producto f(x)g(x):



f(x)



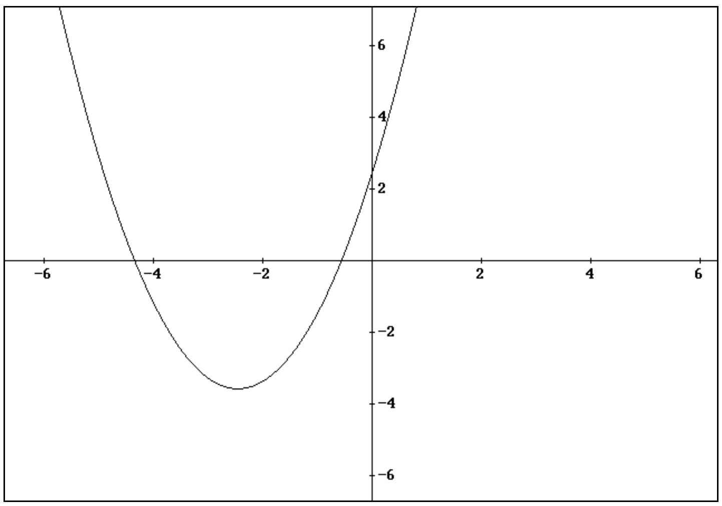
G(x)

3.8 En un mismo sistema coordenado trazar las gráficas de f(x) = x, g(x) = 1/x. ¿Que se observa en el punto x = 0?, ¿Qué sucede para valores alejados del origen?

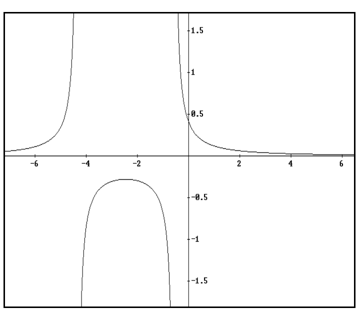
3.9 Realizar lo mismo que en el ejercicio 3.8 para las funciones $f(x) = x^2$, $g(x) = \dfrac{1}{x^2}$.

3.10 Determinar la gráfica de la función f(x) = x – 3. Seguir lo realizado en los ejercicios 3.8 y 3.9 para dibujar la gráfica de $g(x) = \dfrac{1}{x-3}$.

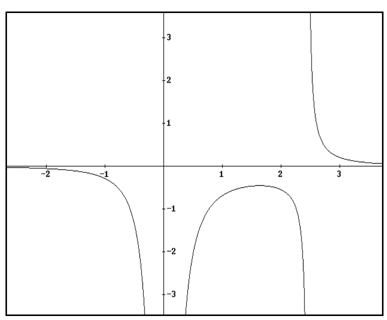
3.11 Dada la gráfica de g(x), el bosquejo de h(x)=1/g(x) es (____)



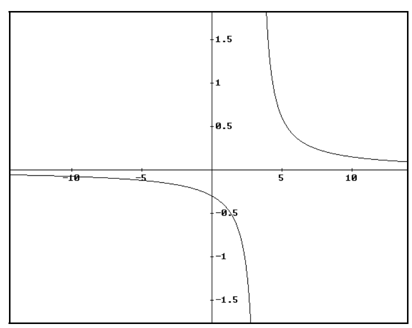
f(x)



(a)



(b)



(c)

3.12 Dadas las funciones f(x) y g(x), trazar el bosquejo de la gráfica de $\dfrac{f(x)}{g(x)}$:

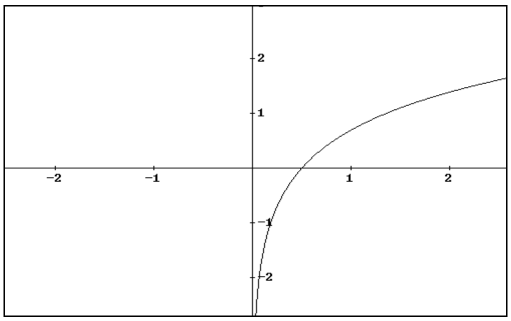
a) $f(x) = x$, $g(x) = x^2 + 1$ b) $f(x) = x + 1$, $g(x) = x - 1$

c) $f(x) = x^2 - 1$, $g(x) = x^2 + 3x$ d) $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x - 3$

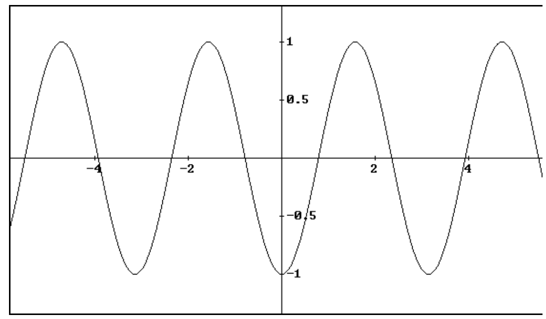
3.13 Identificar las gráficas de:

a) f(x) = ln (2x) b) g(x) = cos(2x - π) c) g(x) = |2x + 3|-2

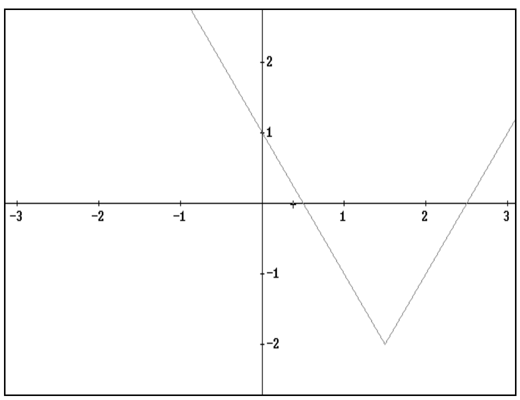
d) $y = \dfrac{1}{2x+1}$ e) $y = \dfrac{1}{x^2+1}$ f) $f = \sqrt{x-3} + 2$



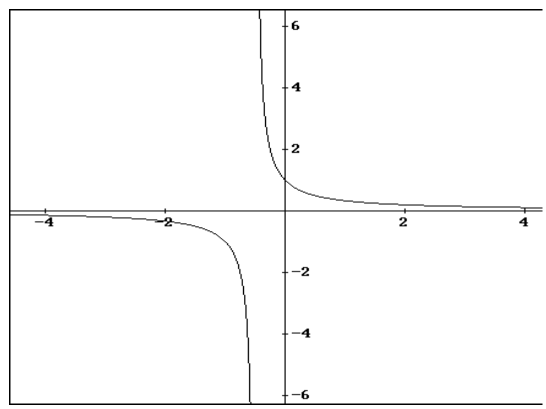
(____)



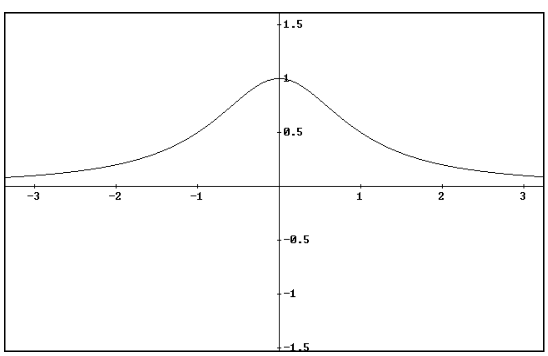
(____)



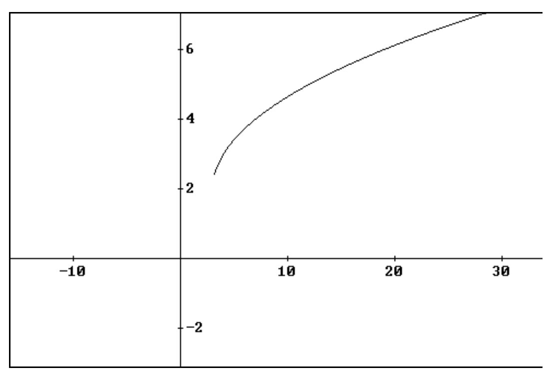
(____)



(____)



(____)



(____)

4.1 Definir el valor absoluto de la función g(x).

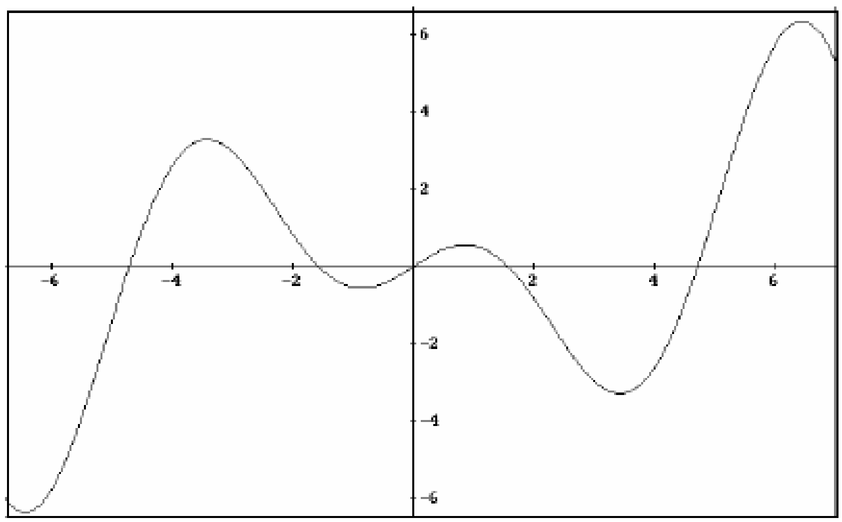
4.2 En el mismo sistema coordenado, trazar las gráficas de las funciones f(x) =x, g(x) = |x| y describir cómo se transforma la recta en la gráfica de valor absoluto.

4.3 Trazar las gráficas del valor absoluto de las funciones base. Explica las diferencias respectivas entre f(x) y $|f(x)|$. ¿En qué cambian el dominio y el contradominio?

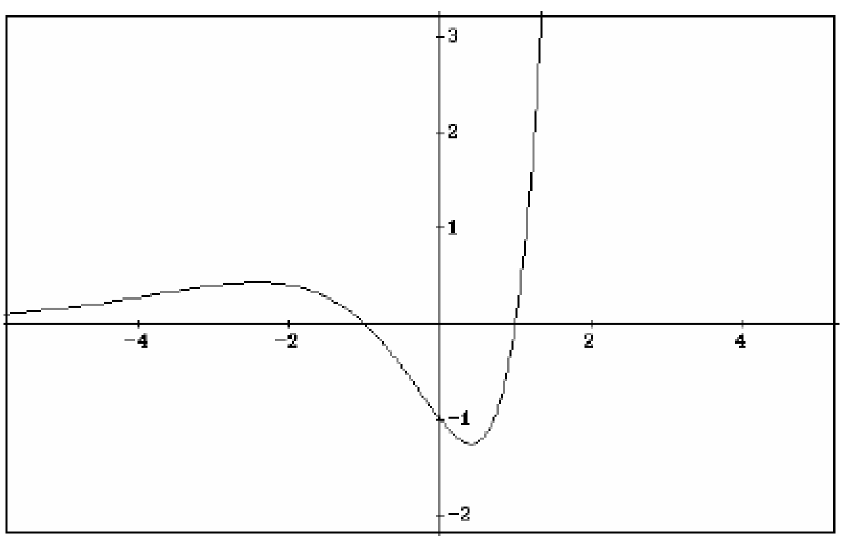
4.4 Para las siguientes funciones, primero trazar su gráfica y después la de su valor absoluto:

a) $f(x) = |2x - 3|$ b) $f(x) = x\cos(x)$ c) $f(x) = e^{x} + e^{-x}$ d) $f(x) = x + \frac{2}{x}$

4.5 De las graficas de las funciones indicadas, trazar el bosquejo para las funciones $|f(x)|$, $f(-x)$, $[f(x)]^2$ y $f(|x|)$.

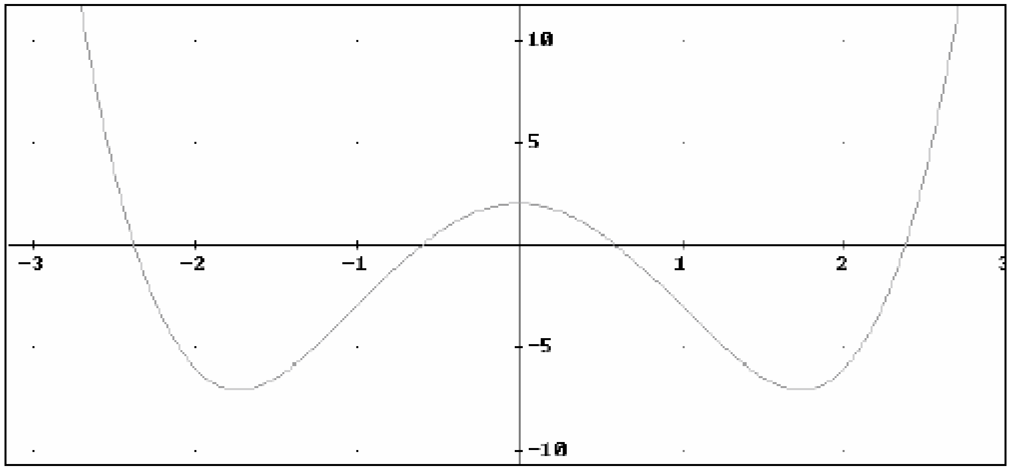


(a)



(b)

4.6 A partir de la gráfica de f(x), bosquejar las siguientes funciones:



f(x)

a) $y = \frac{1}{2}\{f(x) + |f(x)|$ b) $y = |f(x)|$ c) $y = [f(x)]^2$

d) $y = f(x - a)$ e) $y = 1/f(x)$ f) $y = f(|x|)$

10. Glosario

Producto cartesiano, plano cartesiano, relación, simetría, función, dominio, contradominio, región, curva suave, raíces, asíntota, infinito, reflexión, desplazamiento.

11. Problemas de aplicación

a) ¿Cuál es el radio exterior de un casquete esférico de un centímetro de espesor, si el volumen del casquete es igual al volumen del espacio hueco interior? ¿Si el volumen del espacio hueco es el doble del volumen del casquete?

b) Una caja sin tapadera tiene la forma de un cubo de arista 1 cm. Si la capacidad de la caja es de 5 cm^3 ¿Cuál es el espesor de las paredes? Se suponen de espesor uniforme.

c) La forma de un silo para granos es la de un cilindro circular recto de radio x, con una semiesfera del mismo radio unida en la parte superior. Si la altura total de la estructura es de 8 pies, ¿Qué radio deberá tener el cilindro para que volumen total se de 108 pie^3.

d) Se desea construir una bodega de almacenamiento cuya forma sea la de un cubo con techo en forma de prisma triangular. La longitud x de uno de sus lados no se ha determinado.

- Si la altura total de la estructura es de 6 pies, muestre que su volumen V está dado por $V(x) = x^3 + \frac{1}{2} x^2 (6 - x)$.
- Determine la x que se necesita para que el volumen sea de 8 pie^3.

e) Se construirá un tanque de almacenamiento de gas propano con la forma de un cilindro circular de altura 1 pies, con una semiesfera unida a cada extremo. Determine el radio x que se necesita para que el volumen sea de 27 pie^3.

f) En una isla pequeña se introdujo una manada de 1 venados. Suponiendo que en número de animales N(t) después de t años está dado por $N(x) = - x^4 + 21 x^2 + 100$0, para x> . Encuentre cuando excede de 18 el tamaño de la manada.

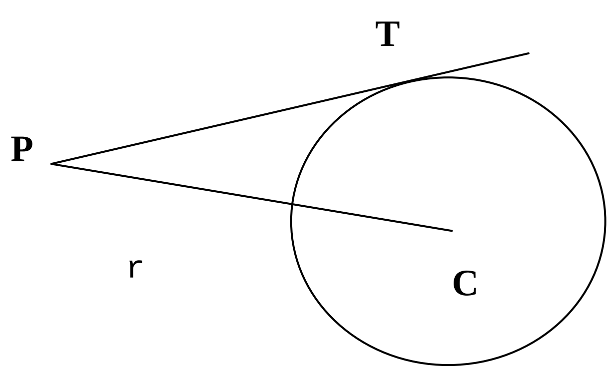
g) En una esfera cuyo diámetro es 3√3 un prisma recto con base cuadrada está inscrito. Si el volumen del prisma es 27, ¿Cuál será su altura?

h) Se cortan cuadrados iguales en las esquinas de un cartón rectangular de 7 cm de longitud y de 6 cm de ancho; doblando loa rectángulos laterales y formándose así una caja abierta cuyo volumen es de 15000 cm^3. Calcular la longitud del lado de los cuadrados cortados.

i) Con una hoja rectangular de cartón cuyas dimensiones son 30 cm. por 50 cm. se va a construir una caja abierta recortando cuadrados de dimensiones iguales en cada esquina y luego doblando los bordes hacia arriba. Exprese el volumen de la caja en función de x. Graficar la función y obtener las dimensiones de la caja de máximo volumen.

j) Una ventana normanda tiene la forma de un rectángulo con una semicircunferencia en la parte superior. Si el perímetro de la ventana es de 10 metros, exprese el área de la ventana en función de su anchura. Graficar la función obtenida.

k) Desde el punto exterior P que se encuentra a *h* unidades de una circunferencia de radio r, se traza una tangente a la circunferencia. Sea y la distancia del punto P al punto de tangencia T.

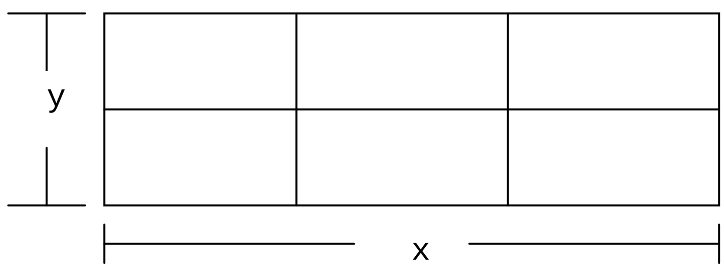


(a) Exprese y como función de *h*. Sugerencia: sea c el centro de la circunferencia, de donde la recta PT es perpendicular a CT).

(b) Sea C el radio de la tierra y h la altitud a la que se encuentra un transbordador espacial. Se puede deducir una fórmula para la distancia máxima y (desde la tierra) a la que un astronauta puede ver desde el transbordador. Calcule y aproximadamente suponiendo que H = 200 millas y r = 4000 millas.

l) Después de estar en el negocio durante x años, un fabricante de tractores está haciendo $p(x)=100 + x + 2x^2$ unidades por año. El precio de venta en dólares por unidades se ha elevado de acuerdo a la fórmula P = 500 + 60 x. Escriba una fórmula del ingreso anual I(x) del fabricante después de x años.

m) Para construir 6 jaulas de un zoológico se necesitan 1000 pies de enrejado. El diseño de las jaulas se muestra en la figura. (a) Expresar el ancho y como una función de la longitud x. b) Expresar área total S limitada de la longitud x, (c) Hallar las dimensiones que hacen máxima el área citada.



12. Autoevaluación

EXAMEN DE GRAFICACIÓN DE FUNCIONES SIN CÁLCULO

Tiempo estimado: 3 horas

Importante: Esta prohibido utilizar durante el examen: Notas, calculadora graficadora y Libros del tema.

1. Trazar el bosquejo de la gráfica de las siguientes funciones e indicar cada una de las transformaciones que realice:

a) $f(x) = |x+3| - 2$ b) $f(x) = \sqrt{x-1} + 3$

c) $y(t) = 2\,e^{t+3}$ d) $y = 3\,sen(3x + \pi)$

e) $r(x) = (x-2)^2 + 1$ f) $f(z) = -\ln(z+1)$

g) $f(x) = \frac{1}{x} + 1$ h) $f(z) = \frac{-3}{(x-\sqrt{2})^2} + 1$

2. Interprete la siguiente expresión como una suma de funciones y bosqueje su gráfica.

$$f(x) = x^3 - x + 1$$

3. Trazar el bosquejo de la gráfica de la función, interpretándola como un producto:

$$f(x) = x^2 (x^3 + 7)$$

4. Bosquejar la gráfica de la función indicada, interpretándola como un cociente de funciones:

$$f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 3}$$

5. Graficar la función $p(x) = a\,(x - b)(x - c)(x - d)$ para los valores de a, b, c, y d para los siguientes casos:

a) a < 0, b > 0, c > 0 y d < 0. b) a > 0, b > 0, c > 0 y d > 0. c) a < 0, b = 1, c < 0 y d = -3.

13. Bibliografía

1. Alarcón,J. y Escalante, C. (1986), *Graficación de funciones sin cálculo*, páginas 3-18 y 39-63, Sección de Matemática Educativa. CINVESTAV, IPN, México
2. Díaz R., (1994) *Graficación de funciones sin cálculo*, páginas 1- 48, Nodo Regional de Sonora. PNFAPM, Máxico
3. Fleming, W. y Varger, D. (1992), *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, páginas 205 – 252, Prentice Hall, México.
4. Lehmann, Ch. (1986), *Geometría Analítica*, Páginas 5-8 y 33-47, LIMUSA, México
5. Pantoja, R. (1995), *Graficación de funciones sin cálculo*, Departamento de Matemáticas, Universidad de Guadalajara, México
6. Purcel, E. y Varbeg, D. (1993), *Cálculo con Geometría Analítica*, Páginas 30 – 56, Prentice Hall, México
7. Steward, J. (1994), *Cálculo*, páginas 21-48, Editorial Grupos Editorial Iberoamérica, SA de CV, México
8. Swokowski, E. (1989), *Cálculo con Geometría Analítica*, Páginas 16 –29, Grupo Editorial Iberoamérica SA de CV, México
9. Thomas, G. y Finney, R. (1987), *Cálculo con Geometría Analítica*, páginas 30 – 56, Addison & Wesley Iberoamérica, México