Guía de Estudio

Geometría Analítica

Índice

1. Introducción

La Geometría Analítica es una importante rama de las matemáticas que inicialmente se significó por ser un método que tiene por objetivo transformar los problemas de Geometría en planteamientos algebraicos, mediante el establecimiento una correspondencia entre la ecuación resultante y la curva asociada a tal ecuación. Posterior a esta conceptualización se han dado varias definiciones alternativas de la geometría analítica, entre ellas la dada por Santaló y Carbonell (1982), quienes escriben "la geometría analítica tiene por objeto el estudio sistemático de la geometría mediante el análisis matemático".

Se observa que la correspondencia entre los orígenes de la geometría analítica no ha sufrido grandes cambios, es decir, se siguen abordando cuestiones geométricas que pretenden encontrar métodos de solución generales, aplicables a cualquier figura que cumpla con las condiciones de un problema, situación que ha servido para enriquecer a la geometría, ya que el tratamiento de diversas ecuaciones algebraicas ha originado el descubrimiento de nuevas curvas, superficies y volúmenes que han sido de utilidad, no sólo para la geometría analítica, sino para distintas ramas de la matemática, como el cálculo, el álgebra lineal, o aún de otras disciplinas, como la teoría electromagnética, entre otras.

Entre las actividades propuestas en esta guía se cuentan:

- Ejercicios de diferentes niveles.
- Demostraciones.
- Aplicaciones de la geometría Analítica.
- Trabajos extra clase (individual y grupal).

Para el caso del curso propedéutico, sólo se deberá presentar el examen global correspondiente.

2. Objetivos

- Obtener las ecuaciones de las cónicas a partir de sus gráficas y viceversa.
- Traducir las relaciones que definen un lugar geométrico y su representación algebraica.
- A partir de una ecuación, determinar los parámetros básicos que se requieren para trazar la gráfica.
- Interpretar la ecuación general de segundo grado para identificar y determinar la curva correspondiente en el plano cartesiano.
- Resolver gráficamente sistemas de ecuaciones de primer y segundo grado con dos variables.
- Transformar la representación paramétrica de una curva a forma cartesiana y viceversa.
- Obtener y graficar ecuaciones paramétricas.
- Transformar la representación polar de una curva a forma cartesiana y viceversa
- Comprender, graficar y emplear las coordenadas polares.

3. Justificación

La geometría analítica es el antecedente básico para el estudio del cálculo. La afirmación se basa en que a través de plantear algebraicamente problemas como:

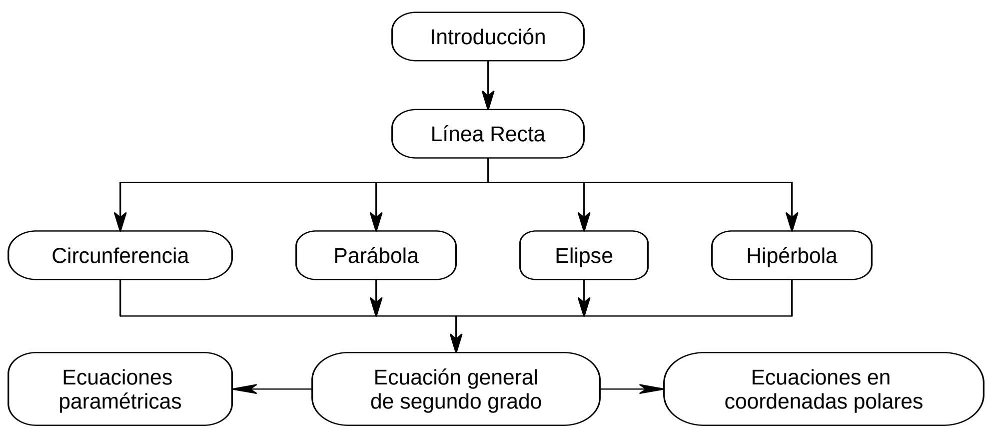
- Trazar tangentes a una curva dada involucra el concepto de pendiente de la recta tangente como la derivada.
- Encontrar áreas comprendidas entre curvas o volúmenes entre superficies es el origen del cálculo integral.
- En Física, la geometría analítica se utiliza para describir las líneas de un campo vectorial y las trayectorias de partículas, entre otras aplicaciones.

Estos argumentos permiten corroborar que la Geometría Analítica es una piedra angular para un área extensa de la ciencia.

3. Metas

- Identificar las cónicas a partir de sus representaciones analítica y gráfica.
- Determinar los parámetros correspondientes que se requieren para trazar la gráfica de las cónicas.
- Obtener las ecuaciones en forma paramétrica de distintas curvas.
- Utilizar las coordenadas polares en distintos problemas de geometría analítica.

4. Estructura y Contenidos



Contenidos desglosados

I Introducción

1.1 Segmentos dirigidos, 1.2 Coordenadas rectangulares, 1.3 Distancia entre dos puntos, 1.4 División de un segmento en una razón dada.

II Línea Recta

2.1 Definición de línea recta, 2.1.1 Ángulo de inclinación y pendiente de una recta, 2.1.2 Ángulo entre dos rectas, 2.2 Formas de obtener la ecuación de la línea recta: 2.2.1 Punto-pendiente, 2.2.2 Pendiente-ordenada al origen, 2.2.3 Dos puntos, 2.2.4

Simétrica, 2.2.5 Ecuación general, 2.3 Condición de paralelismo y perpendicularidad, y 2.4 Distancia mínima de un punto a una recta.

III Circunferencia

3.1 Definir y obtener la ecuación general de la circunferencia y 3.2 intersección de una recta con una circunferencia.

IV Parábola

4.1 Definición la ecuación de la parábola en forma canónica, 4.2 Obtención de los parámetros que intervienen en la ecuación de la parábola: 4.2.1 Directriz, 4.2.2 Lado recto, 4.2.3 Foco, 4.2.4 Vértice, 4.3 Posiciones relativas de la parábola y 4.2 intersección de la parábola con la recta y la circunferencia.

V Elipse

5.1 Definición, construcción y obtención de la elipse, 5.2 Obtención de los parámetros que intervienen en la ecuación de la elipse: 5.2.1 Ejes de la elipse, 5.2.2 Lado recto, 5.2.3 Foco, 5.2.4 Vértices y 5.2.5 Excentricidad, 5.3 Posiciones relativas de la elipse y 5.4 Intersección de la elipse con la parábola, la recta y la circunferencia.

VI Hipérbola

6.1 Definición, construcción y obtención de la hipérbola, 6.2 Obtención de los parámetros que intervienen en la ecuación de la hipérbola: 6.2.1 Ejes de la hipérbola, 6.2.2 Lado recto, 6.2.3 Foco, 6.2.4 Vértices, 6.2.5 Excentricidad, 6.3 Posiciones relativas de la hipérbola y 6.4 Intersección de la hipérbola con la elipse, la parábola, la recta y la circunferencia.

VII Ecuación General de Segundo Grado

7.1 La ecuación general de segundo grado y las condiciones para determinar a cuál cónica corresponde la ecuación $y = f(x)$ 7.2 Interpretación del término xy en la ecuación de la ecuación general de segundo grado.

VIII Ecuaciones Paramétricas

8.1 Definición de una ecuación paramétrica, 8.2 Transformación de una ecuación $f(x, y)=0$ a una ecuación paramétrica, 8.3 Eliminación del parámetro y 8.4 Las cónicas en coordenadas paramétricas.

IX Coordenadas Polares

9.1 Definición del plano polar, 9.2 Relaciones entre las coordenadas polares y cartesianas, 9.3 Las cónicas en coordenadas polares, 9.4 Trazado de curvas planas en coordenadas polares y 9.5 Simetría en coordenadas polares.

5. Evaluación

La calificación final se integrará de acuerdo a los puntos obtenidos según la siguiente rúbrica:

Participación	10
Tareas	20

Preguntas de docencia	10
Preguntas de aplicación	10
Ensayos	10
Glosario	10
Programa alternativo	10
Exámenes Parciales	20
Examen Global (si necesario)	**

** En el caso del propedéutico de la Maestría sólo se presenta examen global.

7. Cronograma de actividades críticas

Cuestionario: Una estimación del tiempo requerido para la solución del cuestionario para la guía de Geometría Analítica es de 25 horas, distribuido de la siguiente manera:

Tema	Tiempo (horas)
Introducción	*2*
La recta	*2*
La circunferencia	*2*
La parábola	*3*
La elipse	*3*
La hipérbola	*3*
Ecuación general de segundo grado	*4*
Ecuaciones paramétricas	*3*
Ecuaciones en coordenadas polares	*3*

Además, es posible que se requieran:

- Glosario: 5 Horas
- Trabajo de investigación: 3 Horas
- Autoevaluación: 3 horas
- Problemas de aplicación: 4 Horas
- Controles de lectura: 1 horas por cada tema del contenido

8. Actividades de estudio

Cuestionario sobre el tema: La guía de Geometría Analítica tiene la intención de que el alumno se involucre en actividades donde debe emplear los contenidos a aprender. Debe advertirse que resolver el conjunto de problemas propuestos es una tarea no trivial, pero los alumnos tienen conocimientos previos que le servirán como soporte y el desarrollo de tal trabajo les permitirá desarrollar la habilidad para plantear y solucionar los ejercicios.

Se recomienda al alumno que trabaje los ejercicios en sesiones individuales y en trabajo colaborativo. Tanto en el caso de la educación tradicional, como en los programas a distancia, el trabajo en equipo se puede propiciar a través del correo electrónico, medio que en la actualidad es una alternativa que facilita el trabajo en equipo, porque permite a los alumnos estar en comunicación constante además, de que se puede enviar y recibir información, en varias formas, por medio de archivos escritos en un procesador de texto o bien de imágenes, en video o audio digitalizado, entre otras alternativas.

Glosario: Esta actividad es complementaria al cuestionario incluido en el apartado 7 de la guía, y se refiere a que el alumno debe indagar la definición de los conceptos más relevantes de la Geometría Analítica.

Autoevaluación: Con la finalidad de dar al alumno una idea de los contenidos y el nivel de dificultad de un examen global de Geometría Analítica, se presentan una serie de ejercicios que deberá resolver en el tiempo marcado y con las herramientas que se indican. Se espera que los problemas le sirvan como indicador de su nivel de conocimientos y determinar si está en condiciones de presentar el examen correspondiente. Puede requerir alrededor de tres horas.

Problemas de aplicación: Son una serie de ejercicios, que involucran aplicaciones en las distintas áreas de conocimiento y cuyo objetivo es, que a través de la solución conozca el gran potencial que tiene la Geometría Analítica como un sustento teórico de otras ramas de la ciencia y la tecnología.

Controles de Lectura: En la organización del curso, se proponen artículos de investigación, capítulos de libros o de revistas que el alumno deberá leer, para posteriormente elaborar una ficha de control de lectura, en la que sintetizará los aspectos o conceptos más relevantes, tratados en el material que se le proporcionó. A continuación, se incluye una tabla en donde se indican las páginas de los libros en los que el estudiante puede leer lo referente a los contenidos del curso.

Páginas de referencia

	Texto (1)	Texto (2)	Texto (3)	Texto (4)	Texto (5)	Texto (6)	Texto (7)	Texto (8)	Texto (9)	Texto (10)	Texto (11)	Texto (12)
1.1	1-5		1-2	26	***	9	5-16	1-6	7-10	11-14	11-14	1-3
1.2	5-8	17-20	2-9	26-33	1	10-11	17-20	6-8	10-12	15-24	14-16	3-8
1.3	11-12	21-27	9-13	33-36	1	11-21	24-28	8-12	16-21	24-27	16-19	10-14
1.4	12-14	37-38	***	***	1	21-23	21-24	18-22	21-26	93-106	33-38	17-20
1.5	16-20	52-53	13-14	44-46	2	35-37	29-32	30-39	***	29-38	24-28	20-22
1.6	20-23	56-59	16-17	46-47	3	38-41	32-34	40-45	***	106-111	28-31	23-25
2.1	56	35-36	29	61	22	***	38-39	92-93	43	***	59	74
2.2	57-67	40-48	29-34	61-69	22	42-48	39-51	93-100	44-53	38-64	59-67	75-88
2.3	67-70	48-51	34-35	45-46	***	***	34-37	101-103	54-58	***	70-76	89-100
2.4	72-84	59-63	37-40	69-71	23	58-60	63-74	103-108	58-64	***	70-76	100-108
3.1	100-103	67-68	44-45	72-73	35	24-27	106-109	148-149	72	113-118	83-84	113-119
3.2	103-109	69-70	45-47	73-74	35	28-34	109-115	149-151	72-80	119-124	85-87	119-130
3.3	110-128	****	48-51	74-78	35	49-50	117-129	151-154	***	TOMO I	87-89	***
4.1	149-159	72-75	52-54	83	46	61-67	162-168	178-180	109	***	102-103	165-167
4.3	161-163	76-78	56-65	84-87	***	71-78	169-187	180-185	109-116	19-27	109-115	167-190
5.1	173-183	81-84	68-70	79-80	51-52	78-80	130-134	158-160	81	TOMO II	117-121	136-138
5.3	187-188	84-90	71-81	80-83	***	81-88	135-161	160-175	81-95	9-18	121-128	139-146
6.1	191-205	90-95	81-84	87	59-60	88-90	188-194	185-186	95-84	TOMO II	128-131	212-215
6.3	207-208	95-100	84-94	88-93	***	90-100	194-222	186-193	95-108	29-35	131-135	215-227
7.1	212-214	108-117	102-103	169	66	100-104	223-236	194	123	37-42	141-145	248-252
7.2	215-219	117-123	104-109	164-173	***	105-110	***	194-201	123-130	42-68	145-163	252-263
8.1	265-267	169	133	149-155	***	***	252	***	133-140	***	223-224	306
8.2	267-269	***	133-135	155-158	***	***	258-259	241-244	***	***	227-231	***
8.3	269-272	***	***	***	***	***	256-258	***	***	***	224-227	306-312
8.4	272-282	164-175	136-142	159	***	***	253-256	244-249	***	***	231-237	313-317
9.1	237-239	176	143	129-131	73	***	237-239	13-18	12-16	25-28	188-192	272-275
9.2	239-242	178	144-145	132-133	***	***	239-241	83-86	****	28-32	188-192	283-287
9.3	253-259	178-186	146-152	134-138	***	***	246-251	117-118	116-116	***	***	275-276
9.4	244-250	187-198	150-152	134-148	***	***	241-245	250-259	***	***	***	275-291
9.5	244	177	152-153	***	***	***	241-242	***	***	***	192-214	278

Temas de investigación: Se recomienda que los alumnos realicen trabajos de investigación referente al desarrollo histórico de la Geometría Analítica, ya sea de un concepto en particular o de alguno de los matemáticos que contribuyeron al desarrollo de la Geometría Analítica. La finalidad es motivar, tanto al profesor como a los alumnos, a que propicien una discusión sobre los tópicos interesantes de esta rama de la matemática.

9. Cuestionario

Sea el paralelogramo de vértices O(0, 0), C(2, 3), A y B. Si el segmento OA = 5, ¿Cuáles son las coordenadas del vértice B en el paralelogramo OABC?. Hallar el perímetro del paralelogramo.

1.1 Se da un triángulo isósceles ABC, cuya base AB se encuentra en el eje X y el vértice en el eje Y. Si AB = 16 y OC = 17:

a. Hallar las coordenadas de cada vértice.
b. Encontrar las coordenadas de los puntos medios de los lados AC y BC.
c. Encontrar los ángulos interiores del triángulo. (Sugerencia: aplicar la ley de los cosenos).

1.2 Dibujar en la misma figura, el cuadrilátero de vértices A(1,1), B(5,3), C(3,7), D(-3, 5) y el cuadrilátero de vértices M(3, 2), N(4, 5), P(0, 6) y Q(-1, 3). Probar que el área del primero es el doble del segundo. Encontrar los ángulos interiores de los cuadriláteros. (Sugerencia: aplicar la ley de los cosenos).

1.3 Sean los puntos A(-3, -8), B(0, 2) y C(3, 12). Determine la razón “k” en que:

- A divide al segmento BC.
- B divide al segmento AC.

2.1 Relacionar las siguientes columnas, en las que se da la ecuación de la recta, m es la pendiente y un punto por donde pasa la recta:

(a) $y = 3x + 1$	(__)	$m = 3$,	(0,1)
(b) $5x - 2y + 3 = 0$	(__)	$m = -2$,	(0,3)
(d) $x - 3y = 4$	(__)	$m = 6$,	(0,0)
(e) $-3x + \frac{1}{2} y = 0$	(__)	$m = -3/2$,	(0,1)
(f) $2x + y = 3$	(__)	$m = 5/2$,	(0,3/2)
(g) $x = y - 3$	(__)	$m = 1/3$,	(1,-1)

2.2 Relacionar las posiciones de dos rectas en el plano cartesiano con respecto a sus pendientes m_1 y m_2:

a) rectas oblicuas	(__)	$m_1 = m_2$
b) rectas paralelas	(__)	$m_1 \cdot m_2 = -1$
c) rectas perpendiculares	(__)	$m_1 \neq m_2$

2.2 Hallar la ecuación de la recta con las condiciones dadas y trazar su gráfica:

a) $m = 3/2$, pasa por el punto (3,2).
b) ángulo de inclinación igual a 45° y pasa por el origen.
c) pasa por (-1,0) y es perpendicular a $y = 2x + 3$.

2.3 Encontrar el valor de *a* para que los puntos *(a,8), (29,13) y (0,a)* estén alineados. Hallar la ecuación de la recta.

2.4 La mínima distancia del punto (1, 1) a la recta que tiene la ecuación $2x + 3y = 4$ es _______.

2.5 Probar que al unir los puntos medios de los lados consecutivos de un cuadrilátero, se forma un paralelogramo. Demostrar que el área del paralelogramo formado, es la mitad del área del cuadrilátero.

2.6 Demostrar que el punto medio de la hipotenusa de un triángulo rectángulo equidista de los vértices.

2.7 Relacionar las siguientes columnas:

(a) La recta pasa por (7,5) y paralela a $3x - 2y + 12 = 0$	(__)	$2y + 3x - 5 = 0$
(b) La recta pasa por (7,5) y perpendicular a $3x - 2y + 12 = 0$	(__)	$2y - 5x + 24 = 0$
(c) La recta perpendicular a la bisectriz del segmento que une los puntos (-3,6) y (5,2).	(__)	$2x + 3y - 29 = 0$
(d) La recta pasa por (4,-2) y perpendicular a $2x + 5y - 3 = 0$	(__)	$y = x - 1$
(e) La recta pasa por (3/2,1/2) y paralela a $x + y - 6 = 0$	(__)	$3x - 2y - 11 = 0$
(f) La recta pasa por (1,1) y paralela a $3x + 2y - 6 = 0$	(__)	$2x - y + 2 = 0$

2.8 Determinar k para que la recta $(k + 2)x + (k^2 - 9)y + 3k^2 - 8k + 5 = 0$ sea:

a) paralela al eje x,
b) paralela al eje y,
c) pase por (0,0),
d) perpendicular a la recta $2x + 3y -5 = 0$.

2.9 Las ecuaciones de los lados de un triángulo ABC son: AB $\{x - 4y - 1 = 0\}$; AC $\{3x - y - 3 = 0\}$; BC $\{2x + 3y - 24 = 0\}$. Hallar las coordenadas de los vértices, los ángulos interiores y el área del triángulo.

2.10 Determinar el valor de k, tal que el área comprendida entre la recta $2x + 3y + k = 0$ y los ejes coordenados sea igual a 27 unidades cuadradas.

3.1 Relacionar la ecuación del círculo con las condiciones dadas:

(a) Centro en (-3,-1) y radio 5	(__)	$x^2 + y^2 + 7x - 5y - 44 = 0$
(b) Centro en (-4,2) y diámetro 8	(__)	$x^2 + y^2 - 36 = 0$
(c) Otro en (4,-1) y pasa por (-1,3)	(__)	$x^2 + y^2 - 6x + 2y - 15 = 0$
(d) Centro en (-4,3) y tangente al eje y	(__)	$x^2 + y^2 + 12x - 16y = 0$
(e) Centro en (0,0) y cruza en x = 6	(__)	$x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$
(f) Pasa por (0,0), radio 10 y la coordenada de la abscisa del centro igual a 6	(__)	$x^2 + y^2 + 8x - 4y + 4 = 0$
(g) Pasa por los puntos (4,5), (3,-2), (1,-4)	(__)	$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 36 = 0$
(h) Diámetro el segmento que une a los puntos (-3,5) y (7,-3).	(__)	$x^2 + y^2 - 8x + 2y - 24 = 0$

3.2 Las coordenadas del centro y del radio de los círculos son:

a) $x^2 + y^2 - 8x + 10y - 12 = 0$	C(,)	r = ___
b) $2x^2 + 2y^2 - x = 0$	C(,)	r = ___
c) $x^2 + y^2 - 5x + y = 0$	C(,)	r = ___
d) $x^2 + y^2 - 4 = 0$	C(,)	r = ___

3.2 Encontrar la ecuación del círculo que pasa por (-3, 2) y (4,1), tangente a la línea $2x + y - 2 = 0$.

3.4 Encontrar las coordenadas del centro y el radio del círculo inscrito en el triángulo formado por las líneas cuyas ecuaciones son:

$$15x - 8y + 25 = 0,\ 3x - 4y - 10 = 0,\ 5x + 12y - 30 = 0.$$

3.5 Un punto se mueve de tal forma que el cuadrado de su distancia al punto (3, -2) es numéricamente igual a la distancia del mismo punto a la recta $5x - 12y - 13 = 0$.

3.6 Verificar si la recta $y + x + 1 = 0$ se interseca con el círculo $x^2 + y^2 = 9$.

3.7 Determinar la solución de los sistemas siguientes:

a) $x^2 + y^2 = 29$ b) $x^2 + y^2 - x + y - 2 = 0$

$y - 2x - 9 = 0$ $x^2 + y^2 = 5$

3.8 Hallar las ecuaciones de las tangentes a $x^2 + y^2 = 8$ de pendiente igual a -1.

3.9 Al restar la ecuación $x^2 + y^2 - 2x - 2y = 0$ de la ecuación $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 2 = 0$ se obtiene la ecuación de una recta. Demuestre que esta recta es la cuerda común a los círculos representados por las ecuaciones.

4.1 Identificar en una gráfica de la parábola los parámetros: directriz, foco, eje de simetría, lado recto y el vértice.

4.2 Elegir valores de a, b y c para trazar el bosquejo de la gráfica de la parábola para los casos indicados:

a) $a < 0, b^2 - 4ac > 0$ b) $a > 0, b^2 - 4ac = 0$

c) $a > 0, b^2 - 4ac > 0$ d) $a < 0, b^2 - 4ac = 0$

e) $a > 0, b^2 - 4ac < 0$ f) $a < 0, b^2 - 4ac < 0$

4.3 Por medio de un planteamiento gráfico, determine si los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales tienen soluciones. En caso afirmativo, calcularlas.

a) $x^2 + y^2 = 1$, $y - x^2 = 0$ b) $y = x$, $x = -y^2$ c) $y = x^2 + 2x$, $3y - x - 2 = 0$ d) $x^2+y^2-2y = 0$, $x^2+8y = 16$

4.4 Escribir en las columnas los parámetros solicitados para la gráfica la parábola:

		Ecuación canónica	Directriz	Vértice	Foco	L. Recto
a)	$x^2 - 2y + 2x - 1 = 0$					
b)	$-x - 2y^2 + 2x - 1 = 0$					
c)	$-x^2 - 2y + 2x - 1 = 0$					
d)	$y^2 - 4y + 2x - 5 = 0$					
e)	$-y^2 - 7y + 2x - 3 = 0$					
f)	$-x - 2y - 2x^2 + 2 = 0$					
g)	$3x^2 - 3y + x - 4 = 0$					
h)	$x - 2y^2 + 8y + 3 = 0$					
i)	$x^2 + 2x + 1 = y + 3$					
j)	$-x - 42y + 7y^2 - 1 = 0$					

4.5 Hallar la ecuación de la parábola que pasa por los puntos (-3,-7), (-1,1), (0,2).

4.6 Para cuáles valores de la pendiente m, la recta $y = mx + 2$:
a) corta a la parábola $y^2 = 4x$,
b) es tangente a ella,
c) no corta ni toca a la parábola.

5.1 A partir de la definición de elipse, obtener la ecuación en forma canónica e identificar los parámetros:

	Ecuación canónica	Centro	Posición	Vértice	Foco	Excentricidad
$x^2 + 4y^2 = 4$						
$16x^2 + 9y^2 = 144$						
$3(x-1)^2 + 2(x-1)^2 = 6$						
$x^2 + 4y^2 - 54x + 8y + 4 = 0$						

5.2 Determinar las ecuaciones de las elipses con las condiciones mencionadas:

a) Un vértice en V(6,0) y un foco en f(-1, 0)

b) Excentricidad 3/4, vértice en (-2, 0)

c) Foco en (-8,0), excentricidad 2/3

d) Extremos del eje menor en (-9,0) y (-15,0), excentricidad 3/5

e) Vértice en (-1,-3) y focos en (-1,-1) (-1,3)

5.3 Para cada sistema de ecuaciones no lineales, trazar la gráfica asociada en el mismo sistema cartesiano para determinar si las cónicas se cruzan y luego determinar las coordenadas del punto de intersección.

a) $9x^2 + 4y^2 = 25$
$3x - 2y + 1 = 0$

b) $9x^2 + y^2 = 81$
$y^2 + 9x - 63 = 0$

5.4 Mostrar que las elipses $n^2x^2 + m^2y^2 - m^2n^2 = 0$ y $m^2x^2 + n^2y^2 - m^2n^2 = 0$ se cortan en cuatro puntos, situados en una circunferencia con el centro en le origen de coordenadas. Determinar el radio de la circunferencia.

6.1 A partir de la definición y la gráfica de la hipérbola, determinar su ecuación en la forma canónica e identificar los parámetros siguientes: centro, vértices, focos, asíntotas y la excentricidad.

6.2 Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (2,3) y tiene por asíntotas las rectas $x - y + 4 = 0$, $2x + y - 2 = 0$.

6.3 A partir de las ecuaciones del lado izquierdo completar en la tabla lo que se pide:

	Ecuación canónica	Centro	Asíntotas	Vértice	Foco	Exc.
$x^2 - y^2 = 4$						
$9x^2 - 4y^2 + 36 = 0$						
$4x^2 - y^2 + 18x - 2y + 14 = 0$						
$3x^2 - y^2 - 8x - 4y = 4$						
$-x^2 + y^2 - 8x - 4y = 5$						

6.4 Relacionar las dos columnas:

(a) Vértices (± 6, 0), e = 4/3 (__) $\frac{y^2}{144} - \frac{x^2}{256} = 1$

(b) Vértices (0, ± 4), focos en (0,±5) (__) $4(y-6)^2 - 27(x-2)^2 = 36$

(c) Asíntota 3x + 4 y = 0, foco (0, 20) (__) $8(y-4)^2 - (x-4)^2 = 32$

(d) Vértices (2, 9), (2, 3) y pasa por el origen (__) $\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$

(e) Focos (4, -2) y (4,10), e = 3 (__) $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{28} = 1$

6.5 Hallar las ecuaciones de las asíntotas de la hipérbola $9x^2 - 64y^2 = 576$.

6.6 Calcular el área del triángulo formado por las asíntotas de la hipérbola $9x^2 - 4y^2 = 36$ y la recta $9x + 2y - 24 = 0$.

6.7 Determinar los valores de la constante b para los que la recta $y = 2.5x + b$:

a) corta a la hipérbola $36x^2 - 9y^2 = 324$,
b) no corta a la hipérbola,
c) sea tangente a la hipérbola.

6.8 Para cada sistema de ecuaciones no lineales, trazar la gráfica asociada en el mismo sistema cartesiano para determinar si las cónicas se cruzan y luego determinar las coordenadas del punto de intersección

a) $7x^2 - 3y^2 + 84 = 0$, $11x^2 - 2y^2 = 1$

b) $3x^2 + 5y^2 = 142$, $x^2 - 7y^2 + 15 = 0$

c) $x^2 - 16y^2 = 225$, $3x - 8y - 35 = 0$

7.1 Cuáles son las condiciones sobre A, B, C, D, E y F en la ecuación general de la ecuación de segundo grado para que represente una: hipérbola, elipse, parábola, círculo, recta, un punto y ecuación sin solución en los reales.

7.2 Explicar el significado geométrico del término xy en la ecuación general de segundo grado.

7.3 Determinar a qué tipo de cónica corresponden las siguientes ecuaciones y graficarlas:

a) $25x^2 - 36xy + 40y^2 = 52$

b) $x^2 - 2xy + y^2 + 8x + 8y = 0$

c) $3x^2 + 8xy - 3y^2 = 20$

d) $3x^2 - 10xy + 3y^2 + x - 32 = 0$

e) $41x^2 - 84xy + 76y^2 = 168$

f) $16x^2 + 24xy + y^2 - 30x + 40y = 0$

7.4 Determinar la ecuación de la cónica que pasa por los puntos (1,1), (-1,2), (0,-2), (-2,-1), (3, 3) e identificarla.

8.1 En las siguientes columnas, relacionar las curvas con sus ecuaciones paramétricas:

(__) círculo	(a) $x = a\cos(t)$, $y = b\,\mathrm{sen}(t)$
(__) Elipse	(b) $x = x_1 + at$, $y = y_1 + bt$
(__) recta	(c) $x = a\cos(t)$, $y = a\,\mathrm{sen}(t)$
(__) parábola	(d) $x = a\sec(t)$, $y = b\tan(t)$
(__) hipérbola	(e) $x = t$, $y = \sqrt{t}$

8.2 Encontrar las intersecciones de los siguientes pares de curvas:

a) $\{x = t^2,\ y = 2t\}$
$x^3 + y3 = 8xy$

b) $\{x = 2\cos(t),\ y = 2\,\mathrm{sen}(t)\}$
$\{x = 2t\cos(t),\ y = 2t\,\mathrm{sen}(t)\}$

8.3 Encontrar las ecuaciones paramétricas de la parábola $y^2 = 4x$ empleando la razón y/x como parámetro.

8.4 Encontrar las ecuaciones paramétricas de $y^2 + 4y = x^3 - 2x^2 + x - 4$ empleando como parámetro la pendiente de la recta que une (x, y) con (1,-2).

8.5 Investigar los lugares geométricos siguientes, determinar sus ecuaciones e indicar cuál parámetro se toma: cicloide, hipocicloide, astroide, epicicloide.

8.6 Eliminar el parámetro de las ecuaciones de la serpentina $\{x = b \cot(t),\ y = a\,\text{sen}(2t)\}$.

9.1 Deducir las ecuaciones que relacionan las coordenadas rectangulares con las coordenadas polares.

9.2 A partir de la fórmula para la distancia entre dos puntos en coordenadas rectangulares, deducir la distancia entre dos puntos en coordenadas polares.

9.2 Transformar las siguientes ecuaciones a coordenadas polares:

$$a)\ (x^2 + y^2)^2 = 2a^2 x y \qquad\qquad b)\ y^2 = \frac{x^3}{2a - x}\ .$$

9.4 Trasformar las ecuaciones polares a rectangulares:

a) $r = 3\cos(\theta)$ b) $r = 1 - \cos(\theta)$ c) $y = 2\cos(\theta) + 3\,\text{sen}(\theta)$
d) $r = a\theta$ e) $r^2 = \cos(2\theta)$.

9.5 Graficar $r = \dfrac{9}{4 - 5\cos(\theta)}$.

9.6 Encontrar las intersecciones de las curvas: $r = 1 + \cos(\theta)$ $\quad r = \dfrac{1}{2 - 2\cos(\theta)}$.

9.7 Obtener las ecuaciones de la recta, del círculo y de las cónicas en coordenadas polares.

9.8 Relacionar las siguientes columnas:

(__)	Recta	(a)	$r = 10\,\text{sen}(3\theta)$
(__)	círculo	(b)	$r^2 = -6\,\text{sen}(2\theta)$
(__)	Cónica	(c)	$r = 4(1+\text{sen}(\theta))$
(__)	Rosa	(d)	$r = 3 - \cos(\theta)$
(__)	Lemniscata	(e)	$r = 2/(3-2\,\text{sen}(\theta))$
(__)	Cardiode	(f)	$r = 2\theta$
(__)	Caracol	(g)	$r = 3$
(__)	espiral	(h)	$\theta = 45°$
		(i)	$r = e^{5\theta}$
		j)	$r(1+\cos(\theta))$

10. Glosario

Cónicas, pendiente, ordenada al origen, condición de perpendicularidad, condición de paralelismo, excentricidad, lado recto, asíntotas, foco, coordenadas cartesianas, coordenadas polares, coordenadas paramétricas, parámetro, simetría, ecuación, parábola, elipse, hipérbola, línea recta, sistema coordenado, ecuación canónica, sistema de ecuaciones no lineales.

11. Problemas de aplicación

1. El eje principal de la órbita de la tierra mide 186 x 10^6 millas y la excentricidad de la órbita es de 1/62. Calcular la distancia máxima y mínima de la tierra al sol.

2. Un arco de piedra semi elíptico tiene un claro de 20 metros y una altura de 6 metros, como se indica en la figura. Para construir el arco se necesita conocer su altura a una distancia a distancias 2, 4, 6, 8 y metros del centro. Calcular las alturas con una aproximación de 0.1 m.

3. Sea la circunferencia que pasa por los puntos medios de los lados del triángulo, por los pies de las alturas y por los puntos medios de las rectas que unen los vértices y el punto de intersección de las alturas. A esta circunferencia se le conoce como el círculo de los nueve puntos del triángulo.

   a) Trazar el diagrama del círculo para el triángulo de vértices (0,0), (15,0), (9,22).

   b) Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos medios de los lados del triángulo y demostrar que pasa por los otros seis puntos.

4. Un rayo de luz tiene la dirección de la recta $x - 2y + 5 = 0$. Al llegar a la recta $3x - 2y + 7 = 0$ se ha reflejado de ella. Hallar la ecuación de la recta que contiene al rayo reflejado.

5. Determinar la ecuación de una antena parabólica si el radio del plato es de .50 m y su altura es de 1m. Encontrar la ubicación donde colocará el receptor de la señal y la cantidad de material que se utilizará.

12. Autoevaluación

Examen de auto evaluación de Geometría Analítica

Tiempo aproximado: 2 horas

1. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto (4,-3) y forman un ángulo de 45° con la recta $3x + 4y = 0$.

2. Dada la ecuación de la circunferencia $x^2 + y^2 = 5$, hallar los valores de k para los cuales las rectas de la familia $x - 2y + k = 0$:

   a) Corta a la circunferencia en dos puntos,
   b) Corta a la circunferencia en un punto,
   c) No corta a la circunferencia.

3. Hallar la ecuación de la elipse cuyos focos tienen coordenadas (1, ± 2) y cuyo eje mayor es igual a 6.

4. Hallar la ecuación de la hipérbola que pasa por el punto (2,3), tiene su centro en el origen, su eje transverso está sobre el eje *Oy*, y una de sus asíntotas es la recta $2y - \sqrt{7}x = 0$.

5. Trazar la gráfica de la función dadas en coordenadas polares: $r = 2 + 2\cos(\theta)$

6. La ecuación de una familia de parábolas es $y = ax^2 + bx$. Encontrar la ecuación del elemento de la familia que pasa por los puntos (2, 8) y (-1, 5).

7. Trazar la curva dada por las ecuaciones paramétricas $\{x(t) = 5t;\ y(t) = 2t - 2\}$

13. Bibliografía

1. Lehmann (1986), Ch. H., *Geometría Analítica.* México: Limusa.
2. Flores, M. A. *Geometría Analítica.* México: Editorial Progreso.
3. Steen, F. y Ballou. D. (1973) *Geometría Analítica*, México: Pub. Cultural.
4. Phillips, A. B. (1978) *Geometría Analítica*, México: Uteha.
5. Kindle, H. J. (1970) *Geometría Analítica* (Serie Schaum). México: McGraw Hill.
6. Taylor, E. H., Wade, L.T. (1965) *Geometría Analítica Bidimensional*, México: Limusa.
7. Santalo, M. y Carbonel, V. (1982). *Geometría Analítica.* México: Porrúa.
8. Middlemiss R. (1975). *Geometría Analítica* (3a. ed.) México: Mc Graw Hill.
9. Kletenik. *Problemas De Geometría Analítica.* Moscú: Mir.
10. Lucio, G. M. G., Ramirez, De A., Tapia, R. H., Reyes, G. A. ( ) *Geometría Analítica Tomo I La Recta Y El Círculo, Tomo II Lugares Geométricos, Tomo III Sistemas Y Cambios De Coordenadas, Tomo IV Clasificación De Cónicas.* México: Limusa.
11. Gordon Fuller. (1984), *Geometría Analítica*, México: CECSA.
12. PNFAPM (1985). *Geometría Analítica*, México: cinvestav.