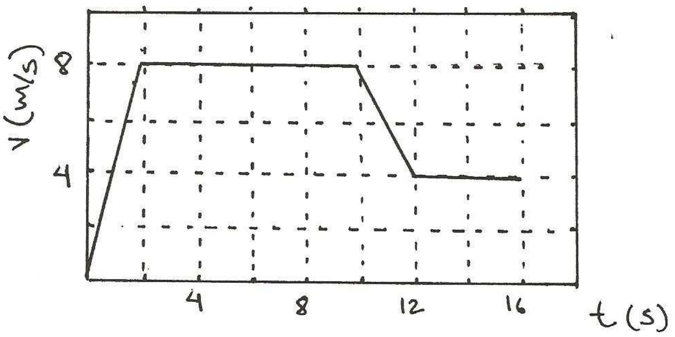
¿Qué distancia recorre en 16 s el corredor cuya gráfica velocidad-tiempo se muestra en seguida?



Ya que $v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt \Rightarrow \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} v\,dt$

por lo tanto $x - x_0 = \int_{t_0}^{t} v\,dt$ = área bajo la curva

podemos identificar 4 áreas parciales bajo la gráfica

$\bar{V}_{0-2} = \frac{0 + 8\,m/s}{2} = 4\,m/s \Rightarrow \text{distancia}_{1-2} = (4\,m/s)(2s) = 8\,m$

$V_{2-10} = 8\,m/s \Rightarrow \text{distancia}_{2-10} = (8\,m/s)(8s) = 64\,m$

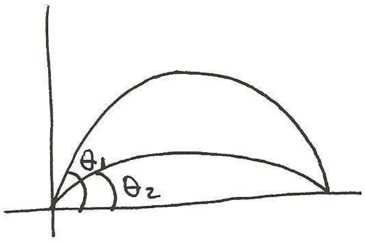
$\bar{V}_{10-12} = \frac{8\,m/s + 4\,m/s}{2} = 6\,m/s \Rightarrow \text{distancia}_{10-12} = (6\,m/s)(2s) = 12\,m$

$V_{12-16} = 4\,m/s \Rightarrow \text{distancia}_{12-16} = (4\,m/s)(4s) = 16\,m$

$\overline{100\,m}$

área total $= 100\,m = x - x_0$

En el libro "Sobre dos nuevas ciencias" de Galileo, este autor dice que "para ángulos de elevación que sean mayores o menores de 45° en la misma cantidad, los alcances son iguales..." Demostrar esta aserción.



$\theta_1 = 45 + \alpha$
$\theta_2 = 45 - \alpha$

Respuesta:

El conjunto de ecuaciones para el movimiento con aceleración constante (expresadas para componentes en "x") son:

① .. $V_{fx}^2 = V_{ix}^2 + 2a_x(x_f - x_i)$

② .. $x_f = x_i + V_{ix}t + \frac{1}{2}a_x t^2$

③ .. $x_f = x_i + \frac{1}{2}(V_{fx} + V_{ix})t$

④ .. $V_{fx} = V_{ix} + a_x t$

El tiempo que tarda en caer un proyectil se encuentra con ② con componentes en "y"

$$t = -\frac{2V_{iy}}{a_y} = \frac{-2V_i \operatorname{sen}\theta}{a_y} = \frac{2V_i \operatorname{sen}\theta}{g}$$

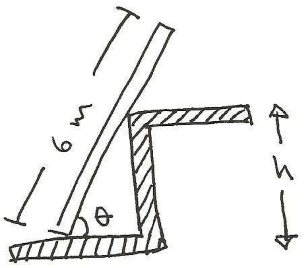
El alcance se encuentra con ③

$$x_f = V_x t = V_i \cos\theta\left(\frac{2V_i \operatorname{sen}\theta}{g}\right) = \frac{2V_i^2}{g}\cos\theta \operatorname{sen}\theta = \frac{\cancel{2}V_i^2}{g}\cancel{\tfrac{1}{2}}\operatorname{sen}2\theta$$

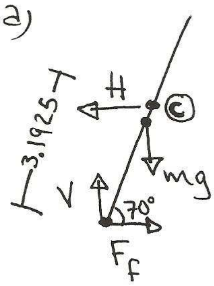
Para θ_1, $$x_f = \left(\frac{V_i^2}{g}\right)\operatorname{sen}(90° + 2\alpha) = \left(\frac{V_i^2}{g}\right)\left(\cancelto{1}{\operatorname{sen}90°}\cdot\cos 2\alpha + \cancelto{0}{\operatorname{sen}2\alpha\cdot\cos 90°}\right)$$
$$= \left(\frac{V_i^2}{g}\right)\cos 2\alpha$$

para θ_2, $$x_f = \left(\frac{V_i^2}{g}\right)\operatorname{sen}(90° - 2\alpha) = \left(\frac{V_i^2}{g}\right)\left(\cancelto{1}{\operatorname{sen}90°}\cdot\cos 2\alpha - \cancelto{0}{\operatorname{sen}2\alpha\cos 90°}\right)$$
$$= \left(\frac{V_i^2}{g}\right)\cos 2\alpha$$

Un tablón de 45.4 kg y longitud de 6 m, está apoyado sobre el suelo y sobre un rodillo sin fricción (no mostrado) en la parte superior de una pared de altura $h = 3$ m. El centro de gravedad del tablón está en su centro geométrico. El tablón queda en equilibrio para cualquier valor de $\theta \geq 70°$ pero resbala si $\theta < 70°$. a) Dibujar un diagrama que muestre todas las fuerzas que actúan sobre el tablón. b) Encontrar el coeficiente de fricción entre el tablón y el suelo.



a)



Observe que en el punto de contacto del tablón con la pared, sólo actúa una fuerza horizontal (H), ya que el rodillo sin fricción elimina una fuerza vertical en ese punto.

b) Considerando el ángulo crítico $\theta = 70$ donde el sistema aún se encuentra en equilibrio deben cumplirse las condiciones

① ... $\sum F_x = F_f - H = 0$

② ... $\sum F_y = V - mg = 0 \Rightarrow V = mg = 445.374$ N

③ ... $\sum \tau_C = (mg)(\cos 70°)(0.1925 \text{ m}) + (F_f)(\text{sen} 70°)(3.1925 \text{ m}) - V(\cos 70°)(3.19$

$= 0$

Despejando F_f de ③ y sustituyendo los valores encontramo.

$F_f = 152.3179$ N y como $F_f = \mu V \Rightarrow \mu = 0.3420$

35. Están siendo considerados el cobre y el aluminio para una línea de transmisión de alto voltaje por la cual debe fluir una corriente de 62.3 A. La resistencia por unidad de longitud ha de ser de 0.152 Ω/km. Calcule, para cada elección del material del cable, (*a*) la densidad de la corriente y (*b*) la masa de 1.00 m de cable. Las densidades del cobre y del aluminio son de 8960 y 2700 kg/m³, respectivamente.

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \frac{R}{L} = \frac{\rho}{A}$$

a) Para el Cu

$$\frac{R}{L} = \frac{\rho}{A} = (0.152\ \Omega/km)$$

$$A = \frac{\rho}{1.52\times10^{-4}\ \Omega/m} = \frac{1.69\times10^{-8}\ \Omega\cdot m}{1.52\times10^{-4}\ \Omega/m} = 1.11\times10^{-4}\ m^2$$

$$j = \frac{i}{A} = \frac{62.3\,A}{1.11\times10^{-4}\,m^2} = 56.1\times10^{4}\ A/m^2 = \boxed{56.1\ A/cm^2}$$

Para el Al

$$\frac{R}{L} = \frac{\rho}{A} = (0.152\ \Omega/km)$$

$$A = \frac{\rho}{1.52\times10^{-4}\ \Omega/m} = \frac{2.75\times10^{-8}\ \Omega\cdot m}{1.52\times10^{-4}\ \Omega/m} = 1.80\times10^{-4}\ m^2$$

$$j = \frac{i}{A} = \frac{62.3\,A}{1.80\times10^{-4}\,m^2} = 34.6\times10^{4}\ A/m^2 = 34.6\ A/cm^2$$

b) Para el Cu

$$m = \text{densidad}\cdot\text{volumen} = (8{,}960\ kg/m^3)(1.11\times10^{-4}\ m^2)(1\ m) = 0.99\ kg$$

Para el Al

$$m = \text{densidad}\cdot\text{volumen} = (2{,}700\ kg/m^3)(1.8\times10^{-4}\ m^2)(1\ m) = 0.486\ kg$$

Una partícula alfa ($q = +2e$, $m = 4\,u$) viaja en una trayectoria circular de 4.5 cm de radio dentro de un campo magnético con $B = 1.2$ T. Calcule a) su velocidad, b) su periodo de revolución, c) su energía cinética en eV y d) la diferencia de potencial con la que tendría que ser acelerada para alcanzar esta energía.

a) Igualando la fuerza de Lorentz con la fuerza centrípeta

$$qvB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \frac{qBr}{m} = \frac{2(1.6\times10^{-19}\,C)(1.2\,T)(4.5\times10^{-2}\,m)}{4(1.67\times10^{-27}\,kg)}$$

$$= 2.6\times10^{6}\ m/s$$

b) $$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{2.6\times10^{6}\ m/s}{2\pi(4.5\times10^{-2}\,m)} = 9.2\times10^{6}\ Hz$$

c) $$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = 2(1.67\times10^{-27}\,kg)(2.6\times10^{6}\,m/s)^2 = 2.25\times10^{-14}\ J$$

$$= \frac{2.25\times10^{-14}\ J}{1.6\times10^{-16}\ J/keV} = 140\ keV$$

d) $$U = qV \Rightarrow V = \frac{140\ k\cancel{e}V}{2\cancel{e}} = 70\ kV$$