

SIMU-EXAMEN DE ÁLGEBRA MODERNA 1

2009-B

CUCEI, Universidad de Guadalajara

× juan manuel márquez bobadilla

11 de diciembre

RESUELVE SEIS DE LAS SIGUIENTES

1. Demuestra que si $f : S \rightarrow T$ es un sobrejección, entonces existe una biyección $S/\sim \rightarrow T$ y otra $T \rightarrow S/\sim$, donde \sim es la relación (de equivalencia) " $x \sim y$, sii $f(x) = f(y)$ ". Habrá que demostrar que \sim es efectivamente una relación de equivalencia
2. Calcula la tabla de Cayley de $SL_2(\mathbb{Z}_2)$
3. Determina el inverso de cada matriz $SL_2(\mathbb{Z}_3)$. *Indicación: este conjunto tiene 24 elementos. Ejemplo* $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
4. Demuestra que la transformación $\Phi : \mathcal{P}(G_2) \rightarrow \mathcal{P}(G_1)$, definida mediante $\Phi(X) = \phi^{-1}X$, para un epi-morfismo de grupos $\phi : G_1 \rightarrow G_2$, induce una biyección entre los subgrupos de G_2 hacia los subgrupos de G_1 que contienen el $\ker \phi$
5. Si G es un grupo para el cual $\forall x \in G$ tenemos $x^2 = e$ entonces el grupo es abeliano
6. Demuestra que si $H < G$ y $N \triangleleft G$ entonces $HN < G$. Demuestra también que $HN = NH$
7. ¿Son \mathbb{Z}_4 y $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_2$ isomorfos?
8. Demuestra que si G' es el subgrupo conmutador (el generado por palabras de conmutadores) está contenido en el subgrupo N entonces
 - a) N es normal en G y
 - b) el cociente G/N es abeliano, i.e. $NaNb = NbnNa$ para cada a, b de G
9. Demuestra que si $G = (a)$ entonces para cualquier subgrupo no trivial $H < G$ existe $b \in G$ talque $H = (b)$