1. DATOS GENERALES DE LA UNIDAD DE APRENDIZAJE (UA) O ASIGNATURA			
Nombre de la Unidad de Aprendizaje (UA) o Asignatura			**Clave de la UA**
Análisis matemático II			I5955
Modalidad de la UA	**Tipo de UA**	**Área de formación**	**Valor en créditos**
Escolarizada	Curso	Básica común	9

UA de pre-requisito	UA simultaneo	UA posteriores
Análisis Matemático I (15951)	Taller de Análisis Matemático II (15956)	Análisis Matemático III (15957)

Horas totales de teoría	Horas totales de práctica	Horas totales del curso
68	0	68

Licenciatura(s) en que se imparte	Módulo al que pertenece
Licenciatura en Matemáticas (LIMA)	Análisis
Departamento	**Academia a la que pertenece**
Matemáticas (D-1390)	Análisis Matemático
Elaboró	**Fecha de revisión**
M.M.A. Claudia Verónica Martínez Casillas	13/06/2025

2. DESCRIPCIÓN DE LA UA O ASIGNATURA

Presentación

La UA de Análisis Matemático II puede cursarse una vez acreditadas las materias de Análisis matemático I y Taller de análisis matemático I y es recomendable haber acreditado, al menos, la asignatura de Teoría del cálculo I, ya que se espera que los estudiantes inscritos tengan un dominio básico del lenguaje matemático trabajado en el curso de cálculo.

El análisis matemático trata de profundizar en las ideas propias del cálculo formalizándolas rigurosamente. Por tanto, al final del curso, el estudiante podrá establecer criterios para determinar la diferenciablilidad e inversión de una aplicación asi como la existencia de aplicaciones implícitas.

Relación con el perfil

Modular	De egreso
Esta materia, junto con las demás que conforman el módulo de Análisis, tiene como finalidad que sus egresados puedan usar, de manera formal y rigurosa, los tópicos del cálculo en resultados del mismo análisis matemático o en alguna otra rama de las matemáticas. En particular, en esta materia se pretende que puedan establecer criterios para determinar la diferenciablilidad e inversión de una aplicación asi como la existencia de aplicaciones implícitas	Esta materia contribuye al fortalecimiento de la competencia genérica “Construir, desarrollar y expresar argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares” del perfil de egreso.

Competencias a desarrollar en la UA o Asignatura

Transversales	Genéricas	Profesionales
Construye un discurso comunicable de las ideas propias de acuerdo con el contexto en que se deba expresar (incluye idiomas extranjeros). Autogestiona el aprendizaje para el cumplimiento de las metas propias, identificando los recursos necesarios y logrando la disciplina requerida. Crea y defiende una postura propia ante los distintos fenómentos con base en la investigación como método. Plantea problemas de la realidad en términos del conocimiento científico disponible para su solución.	Construye, desarrolla y expresa argumentaciones matemáticas para interactuar con sus pares. Entiende y reproduce la matemática, identificando áreas del conocimiento para desarrollar investigación bajo la orientación de expertos.	Desarrolla las capacidades analítica y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso a través del Análisis Matemático. Adquiere la capacidad de leer acertadamente el leguaje matemático formal. Utiliza los conocimientos adquiridos en la definición y planteamiento de problemas y en la búsqueda de sus soluciones en el contexto académico. Expresa ideas y argumentos matemáticos formal, clara y pertinentemente de manera oral y escrita.

Saberes involucrados en la UA o Asignatura		
Saber (conocimientos)	**Saber hacer (habilidades)**	**Saber ser (actitudes y valores)**
Diferenciabilidad Aplicaciones bilineales Derivada de orden mayor Teorema de Taylor Extremos locales Espacio tangente Extremos restringidos La norma de la derivada Teoremas del valor medio Teorema de inversión Teorema de la aplicación implícita	Emplea las definiciones y teoremas estudiados para determinar la diferenciablilidad de una aplicación. Evalúa, en una aplicación dada, las condiciones necesarias para asegurar la existencia de una aplicación inversa. Decide la existencia de aplicaciones implícitas en un sistema de ecuaciones dado.	Muestra respeto hacia el profesor. Participa, activamente y con interés, en las clases expresando su opinión abiertamente. Escucha y respeta la opinión de sus compañeros. Cumple con los acuerdos establecidos en equipo. Muestra interes en su trabajo entregando sus tareas limpias y a tiempo. Valora la autenticidad de su trabajo. Es consciente de la importancia del cuidado del medio ambiente.

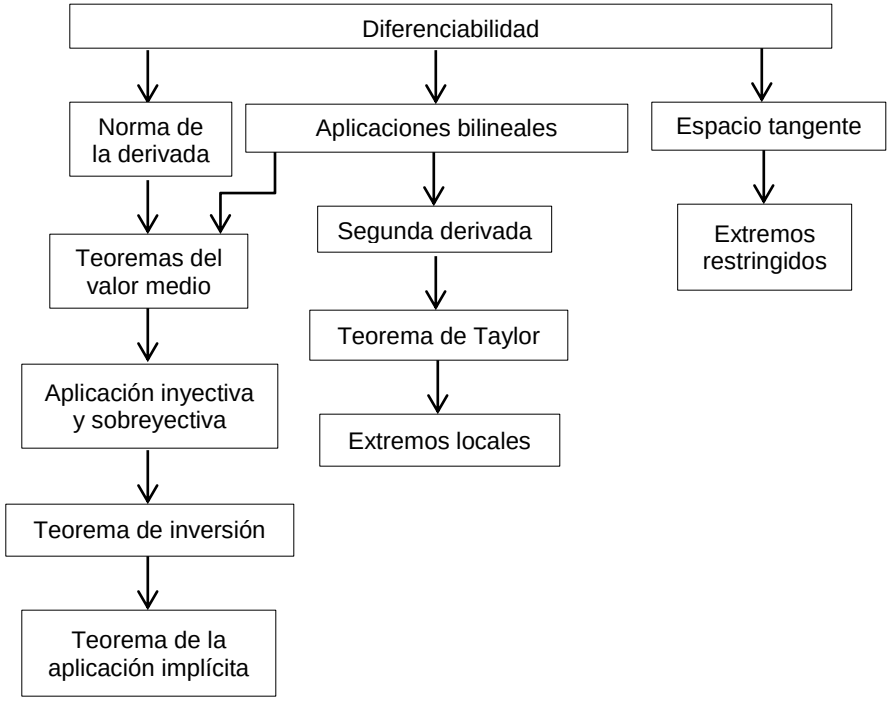
Producto Integrador Final de la UA o Asignatura

Título del Producto: Aplicaciones implícitas.

Objetivo: Distinguir los resultados necesarios para la demostración del teorema de la aplicación implícita.

Descripción: Se hará una selección de ejercicios, hechos durante el semestre, que contribuyen al entendimiento de la demostración y la ejecución del teorema de la aplicación implícita.

3. ORGANIZADOR GRÁFICO DE LOS CONTENIDOS DE LA UA O ASIGNATURA



4. SECUENCIA DEL CURSO POR UNIDADES TEMÁTICAS

Unidad temática 1: Diferenciablilidad

Objetivo de la unidad temática: Determinar la existencia de extremos locales de una aplicación dada en un determinado entorno.

Introducción: En esta unidad temática se desarrolla y demuestra un método para determinar la existencia y naturaleza de los extremos locales de una aplicación, mediante el teorema de Taylor, para esto es necesario verificar si dicha aplicación es de clase C^2 . La diferenciabilidad es una condición necesaria para los temas a desarrollar en la siguiente unidad.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
1. Diferenciabilidad 1.1. Derivadas parciales 1.2. La derivada (de Fréchet) 1.2.1. La derivada en coordenadas 1.2.2. Diferenciabilidad y continuidad 1.2.3. Combinaciones algebráicas de aplicaciones diferenciables 1.2.4. Composiciones de aplicaciones diferenciables 1.3. El teorema del valor medio 1.4. Aplicaciones bilineales 1.5. Derivadas de orden mayor 1.5.1. El teorema de Taylor 1.5.2.Puntos críticos y extremos locales	Reconoce el concepto de derivada de una función en dirección de un vector unitario e identifica la derivada parcial como un caso particular de esta. Sabe el concepto, forma de calcular y las propiedades de las derivadas parciales de orden r de una función. Se define la diferenciablilidad de una aplicación y la matriz jacobiana como la aplicación lineal correspondiente a la derivada. Entiende la relación entre la diferenciabilidad de la aplicación y la continuidad de dicha aplicación o sus derivadas parciales. Reconoce las condiciones bajo las cuales la suma, resta, producto, cociente y composición de aplicaciones diferenciables es diferenciable. Demuestra las fórmulas para calcular la derivada de las aplicaciones resultantes de las operaciones dichas antes. Distingue las condiciones bajo las cuales se generaliza el teorema del valor medio para funciones en varias variables. Conoce y demuestra la derivada de una aplicación bilineal. Usa la k-ésima derivada de una función, como una forma k-lineal, en el teorema de Taylor. Conoce la definición de puntos críticos y puntos extremos de una función. Distingue si una aplicacion bilineal es positivamente (ó negativamente) definida (ó semidefinida). Se define el Hessiano de una función. Conoce y demuestra el criterio para extremos locales. Muestra respeto hacia el profesor y sus compañeros.	Entrega individualmente y por escrito la solución de ejercicios propuestos en clase. Entrega individualmente y por escrito reportes, de temas seleccionados en clase, desarrollados de forma alternativa.

	Participa, activamente y con interés, en las clase expresando su opinión abiertamente. Muestra interes en su trabajo entregando sus tareas originales, limpias y a tiempo. Es consciente de la importancia del cuidado del medio ambiente.			
Actividades del docente	**Actividades del estudiante**	**Evidencia de la actividad**	**Recursos y materiales**	**Tiempo destinado**

Informa al alumno el encuadre del curso. Expone frente a pizarrón la definición de derivada de una función en dirección de un vector unitario y explica la fórma de calcularla. Invita a los alumnos a recordar el concepto de derivada parcial de una función y compararlo con la definición vista antes. Invita a los alumnos a recordar, mediante ejemplos, las propiedades de las derivadas parciales. Demuestra las propiedades de derivadas parciales, invitando, en el desarrollo, a los alumnos a recordar y verificar los teoremas necesarios para estas pruebas.	Toma notas de la clase Realiza ejemplos en dónde desarrolla la definición de derivada direccional, derivada parcial y derivada parcial de orden mayor.	Ejercicios resueltos en donde se calcule derivadas direccionales y parciales usando la definición.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	4
Expone frente a pizarrón la definición de aplicación diferenciable, y derivada de dicha aplicación, dada por Fréchet. Explica e invita a los alumnos a deducir la forma de calcular la derivada de una aplicación. Expone la prueba de que toda aplicación lineal es una aplicación de Lipschitz. Enuncia y demuestra las propiedades de la derivada asi como la relación entre continuidad y diferenciabilidad de las aplicaciones. Expone e invita a los alumnos a inspeccionar y construir la demostración de las fórmulas de derivación de combinaciones (suma, resta, regla de Leibnitz y regla de la cadena) de aplicaciones diferenciables.	Toma notas de la clase Calcula la derivada de una aplicación o de una combinación de aplicaciones y verifica la continuidad de la aplicación o de las derivadas parciales.	Ejercicios resueltos en donde se verifique si una aplicación, o una combinación de aplicaciones, es o no diferenciable ● usando la definición ● usando propiedades Y si es el caso, encontrar la derivada.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	8
Invita a los alumnos a recordar el teorema del valor medio para funciones en una variable. Enuncia y demuestra el teorema del valor medio para funciones en varias variables. Expone frente al grupo la definición y propiedades de una aplicación bilineal. Enuncia la definición de una forma bilineal. Explica frente a pizarrón el isomorfismo entre los espacios $Bil(R^m xR^m,R)$ y $M_m(R)$ Demuestra que toda aplicación bilineal es una aplicación de Lipschitz. Muestra, y demuestra la fórmula para derivar	Toma notas de la clase Realiza demostraciones sencillas de problemas, usando el teorema del valor medio. Extiende la fórmula de derivación de aplicaciones bilineales a aplicaciones k-lineales y elabora algunos ejemplos de esto. Ejecuta las operaciones de los ejercicios que se muestran como ejemplos del teorema de Taylor.	Ejercicios resueltos en donde se haga uso del teorema del valor medio. Ejercicios resueltos encontrando la derivada de aplicaciones k-lineales cualesquiera. Ejercicios resueltos en donde se desarrolle la fórmula de Taylor de órden menor o igual a tres de una aplicación.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	6

Expone frente a pizarrón los conceptos de valores extremos, punto crítico, puntos extremos y punto silla. Enuncia y demuestra el teorema para puntos críticos. Expone frente a pizarrón los conceptos de matrices o aplicaciones bilineales positivamente (y negativamente) definida (y semidefinida) y hessiano. Demuestra y muestra el criterio para extremos locales	Toma notas de la clase Realiza los cálculos y aplica el criterio de extremos,a ejercicios propuestos, encontrando los puntos críticos, el hessiano correspondiente a cada uno de éstos y determinando la naturaleza de los mismos.	Ejercicios resueltos en donde determinen la naturaleza de puntos críticos.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	6
Elabora y aplica primer examen parcial.	Resuelve y entrega el primer examen parcial	Examen resuelto	Examen elaborado por el docente	2

Unidad temática 2:

Objetivo de la unidad temática: Determinar la existencia de extremos restringidos de una aplicación dada en un determinado entorno.

Introducción: En esta unidad temática se desarrolla y prueba el método de multiplicadores de Lagrange, para asegurar la existencia de extremos de una aplicación restringida a una superficie; para este fin es necesario estudiar el espacio tangente de la aplicación. La diferenciabilidad es una condición necesaria para este resultado.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
2. Superficies 2.1. Conjuntos de nivel 2.2. Curvas y campos de vectores 2.3. El espacio tangente 2.4. Multiplicadores de Lagrange	Comprende la geometría de los conjuntos de nivel asi como la ecuación correspondiente y su sintaxis Reconoce una curva integral, tangente a un campo de vectores, como la solución de una ecuación diferencial. Entiende la definición del espacio tangente a una superficie o conjunto de nivel. Deduce la fórmula de multiplicadores de Lagrange para encontrar extremos de una aplicación restringida a una superficie.	Entrega individualmente y por escrito la solución de ejercicios propuestos en clase. Entrega individualmente y por escrito reportes, de temas seleccionados en clase, desarrollados de forma alternativa.

Actividades del docente	Actividades del estudiante	Evidencia de la actividad	Recursos y materiales	Tiempo destinado

Invita a los estudiantes a recordar la definición de curva y superficie de nivel. Expone frente a pizarrón la definición de conjunto de nivel. Expone frente a pizarrón el concepto de vector en un punto y hace notar el espacio vectorial que forman los vectores en ese punto. Enuncia el concepto de campo de vectores y define el gradiente como uno de estos. Explica frente al grupo el concepto de curva integral, su geometría y la forma de encontrarla. Enuncia el teorema de existencia y unicidad de soluciones de ecuaciones diferenciales.	Toma notas de la clase Realiza ejemplos en donde encuentra conjuntos de nivel y esboza tales conjuntos. Grafica campos de vectores y esboza las curvas integrales correspondientes. Encuentra, analíticamente curvas integrales correspondientes a un campo de vectores dado.	Ejercicios resueltos en donde encuentra y esboza conjuntos de nivel. Ejercicios resueltos en donde grafica campos de vectores y esboza las curvas integrales correspondientes. Ejercicios resueltos en los cuales encuentra, analíticamentes, curvas integrales correspondientes a un campo de vectores dado.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	6
Explica la definición de vector tangente a un conjunto de nivel y prueba que el gradiente es ortogonal a estos. Define espacio tangente a una superficie en un punto y relaciona dicho concepto con lo visto anteriormente. Enuncia y demuestra el teorema de Multiplicadores de Lagrange, invitando en el proceso, a los alumnos a deducir dicha demostración.	Toma notas de la clase. Realiza ejemplos en donde calcula el espacio tangente a una superficie en cierto punto. Aplica el método de multiplicadores de Lagrange a ejercicios propuestos en clase, encontrando puntos extremos y verificando su naturaleza.	Ejercicios resueltos en los que encuntra la ecuación del espacio tangente a una superficie dada en un punto dado.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	4

Unidad temática 3:

Objetivo de la unidad temática: Demostrar los teoremas del la aplicación inversa y de la aplicación implícita.

Introducción: En esta unidad temática se demuestra una extensión del teorema del valor medio a aplicaciones de valor vectorial. A fin de poder realizar las demostraciones dichas en el objetivo, se prueban los teoremas de la aplicación inyectiva y de la aplicación sobreyectiva, cuyas hipótesis piden ciertas condiciones a la derivada de una aplicación.

Contenido temático	Saberes involucrados	Producto de la unidad temática
3. Teoremas de aplicaciones dierenciables 3.1. La norma de la derivada 3.2. Teoremas del Valor Medio 3.3. Teoremas de aplicaciones	Entiende y conoce la norma de la derivada como la norma de una aplicación lineal. Conoce las condiciones bajo las cuales es posible extender el teorema del valor medio a aplicaciones de valor vectorial. Entiende, que si la derivada de una aplicación es inyectiva o sobreyectiva, cerca de algún punto, entonces la función también lo será cerca de dicho punto.	Entrega individualmente y por escrito la solución de ejercicios propuestos en clase. Entrega individualmente y por escrito reportes, de temas seleccionados en clase, desarrollados de forma alternativa.

Expone en el pizarrón resultados previos a los teoremas del objetivo, y necesarios para aquellas demostraciones, tales como: ● Lema de aproximación ● Teorema de la aplicación inyectiva ● Teorema de la aplicación sobreyectiva ● Teorema de la aplicación abierta	Toma notas de clase Participa en las demostraciones dando su opinion acerca de los resultados encontrados y haciendo algunos cálculos.	Ejercicios resueltos en los que hace uso de los teoremas vistos, determinando la inyectividad o sobreyectividad de aplicaciones dadas.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	7
3.3.1. La aplicación inyectiva 3.3.2. La aplicación sobreyectiva 3.3.3. Teorema de inversión local 3.3.4. El teorema de la aplicación implícita 3.4. Temas selectos	Entiende y conoce las condiciones bajo las cuales una aplicación tiene una función inversa correspondiente, en un entorno. Conoce las condiciones para asegurar la existencia de una aplicación definida implícitamente.			

Actividades del docente	**Actividades del estudiante**	**Evidencia de la actividad**	**Recursos y materiales**	**Tiempo destinado**
Define la norma de un operador lineal y explica la forma de calcularla. Después demuestra algunos resultados necesarios para probar los teoremas del objetivo.	Toma notas de clase. Realiza los cálculos para encontrar una cota para la norma de la matriz que define un operador lineal.	Demuestra que la función dada como norma de un operador lineal es, efectivamente, una norma.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	4
Elabora y aplica el segundo examen parcial	Resuelve y entrega el segundo examen parcial	Examen resuelto	Examen elaborado por el docente	2
Expone en el pizarrón los teoremas de inversión local y de la aplicación implícita con su respectiva demostración	Toma notas de clase Participa en las demostraciones dando su opinion acerca de los resultados encontrados y haciendo algunos cálculos.	Ejercicios resueltos en los que determinan, en aplicaciones dadas, la existencia de aplicaciones inversas o implícitas y encontrando las derivadas de éstas.	Lista de ejercicios para resolver Notas de clase Bibliografía	7
Retroalimenta los repoertes productos de las UTs. Establece lineamientos claros para la realización de una exposición frente al grupo, que cuiden contenido, forma y expresión	Prepara, en equipo, una exposición de uno de los temas de los reportes producto de las UTs. Presenta, en equipo, la exposición frente al grupo.	Presentación	Bibliografía Reportes producto de las UTs	8
Elabora y aplica el tercer examen parcial.	Resuelve y entrega el tercer examen parcial	Examen resuelto	Examen elaborado por el docente	2

A lo largo de la UA el alumno realiza exámenes, reportes y ejercicios que deben seguir los siguientes lineamientos básicos (más los específicos de cada trabajo):

- Entrega en tiempo.
- Elabora en hojas blancas.
- Deben estar limpios y ser legibles.
- Escribe en el encabezado de cada hoja el nombre del alumno, de la materia y del trabajo.
- Anexa como primera página la impresión de los ejercicios propuestos o el exámen.
- Para poder presentar cada examen parcial, debe haber entregado los ejercicios propuestos y los reportes, que se han dejado hasta el momento, debidamente redactados.
- Presenta cada exámen en la fecha indicada (salvo excepciones justificables avaladas por el coordinador de la carrera).
- Tiene estrictamente prohibido el plagio

Las presentaciones orales se evaluarán conforme a los siguientes rubros: Contenido, comprensión del contenido, dicción, volumen, apoyo visual y tiempo utilizado.

5. EVALUACIÓN Y CALIFICACIÓN

Requerimientos de acreditación:

Criterios generales de evaluación:

Evidencias o Productos

Evidencia o producto	Competencias y saberes involucrados	Contenidos temáticos	Ponderación
Ejercicios resueltos	Desarrolla las capacidades analítica y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso. Adquiere la capacidad de leer acertadamente el leguaje matemático formal. Utiliza los conocimientos adquiridos en la búsqueda de soluciones. Expresa ideas y argumentos matemáticos formal, clara y pertinentemente. Muestra respeto hacia el profesor, sus compañeros y si mismo, siendo auténtico en su trabajo y entregando en tiempo y forma. Es consciente de la importancia del cuidado del medio ambiente escribiendo en hojas de reuso y utilizando, en la medida de lo posible, la luz solar.	Diferenciabilidad Aplicaciones bilineales Derivada de orden mayor Teorema de Taylor Extremos locales Espacio tangente Extremos restringidos La norma de la derivada Teoremas del valor medio Teorema de inversión Teorema de la aplicación implícita	**5%**

Reportes de temas seleccionados	Desarrolla las capacidades analítica y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso. Expresa ideas y argumentos matemáticos formal, clara y pertinentemente de manera oral y escrita. Muestra respeto hacia el profesor, sus compañeros y si mismo, siendo auténtico en su trabajo y entregando en tiempo y forma. Es consciente de la importancia del cuidado del medio ambiente utilizando, en la medida de lo posible, la luz solar.	Diferenciabilidad Teorema de Taylor Extremos locales Espacio tangente Extremos restringidos Teoremas del valor medio Teorema de inversión Teorema de la aplicación implícita	**20%**
Primer examen parcial	Desarrolla las capacidades analítica y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso. Expresa ideas y argumentos matemáticos formal, clara y pertinentemente.	Derivadas parciales Diferenciabilidad Diferenciabilidad y continuidad Combinaciones algebráicas de aplicaciones diferenciables Composiciones de aplicaciones diferenciables El teorema del valor medio El teorema de Taylor	**20%**
Segundo examen parcial	Desarrolla las capacidades analítica y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso. Expresa ideas y argumentos matemáticos formal, clara y pertinentemente.	Puntos críticos y extremos locales Curvas y campos de vectores Espacio tangente Multiplicadores de Lagrange Teoremas del valor medio Teorema de la aplicación inyectiva Teorema de la aplicación sobreyectiva	**20%**
Tercer examen parcial	Desarrolla las capacidades analítica y de abstracción, la intuición y el pensamiento lógico y riguroso. Expresa ideas y argumentos matemáticos formal, clara y pertinentemente.	Teorema de inversión local Teorema de la aplicación implícita	**20%**

Producto final		
Descripción	**Evaluación**	
Título: Aplicaciones Implícitas	**Criterios de fondo:** Encadena un resultado	**Ponderación**

Objetivo: Distinguir los resultados necesarios para la demostración del teorema de la aplicación implícita. **Caracterización** Se hará una selección de ejercicios, hechos durante el semestre, que contribuyen al entendimiento de la demostración y la ejecución del teorema de la aplicación implícita.	con el siguiente, a fin de que se exponga que cada resultada no puede obtenerse sin el ejercicio previo. Tiene presentes las notas del curso. Hace un correcto uso del lenguaje matemático. **Criterios de forma:** Reescribe los ejercicios seleccionados ya corregidos y con una buena redacción. Este trabajo debe tener una portada en la que se escriba “Producto final“ el nombre de la UA, del alumno y del profesor.	**5%**

Otros criterios		
Criterio	**Descripción**	**Ponderación**
Exposición	El alumno expone de manera clara uno de los temas de los reportes producto de las UTs. Se pretende valorar la autenticidad de su investigación, fomentar el autoaprendizaje el respeto hacia los compañeros y la autoconfianza.	10%

6. REFERENCIAS Y APOYOS

Referencias bibliográficas

Referencias básicas

Autor (Apellido, Nombre)	Año	Título	Editorial	Enlace o bibliotecar virtual donde esté disponible (en su caso)
Krantz, Steven G.	2017	Real analysis and foundations	Boca Raton, FL : CRC Press, Taylor & Francis Group, ©2017.	
Marsden, J. E., Hoffman, M.J.	1998	Análisis clásico elemental	Addison-Wesley Iberoamericana	

Referencias complementarias

Petrovic, John Srdjan	2021	Advanced Calculus: : theory and practice	Boca Ratón, Florida CRC Press 2021	

Apoyos (videos, presentaciones, bibliografía recomendada para el estudiante)

Unidad temática 1: Para comprender la geometría de la derivada parcial y direccional
https://youtu.be/RaR2g-h-WoI , https://youtu.be/9FflAPfsypw

Unidad temática 2:

Unidad temática 3: