

Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingenierías  
Universidad de Guadalajara

**Examen de Admisión 2025A**  
**Maestría en Ciencias en Matemáticas**

---

**Incluye en tus respuestas todos los procedimientos y justificaciones.**

1. Resuelve la siguiente integral  $\int_0^1 \sqrt{x^2 - x^3} dx$ .
2. Sea  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = |x|$ ,  $\forall x \in \mathbb{R}$ . Demuestra que  $f$  es continua.
3. Sean  $V$  y  $W$  espacios vectoriales. Prueba que si existe un operador lineal inyectivo  $T : V \rightarrow W$ , entonces  $\dim V \leq \dim W$ .
4. Considera la siguiente matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & a & b \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Determina los valores de  $a$  y  $b$  de tal modo que  $\lambda = 3$  sea un eigenvalor de multiplicidad algebraica 2 y  $A$  sea diagonalizable.

5. Escribe un algoritmo de una función que reciba dos arreglos de números ordenados de manera ascendente y regrese un arreglo con los elementos de ambos vectores ordenados de manera descendente.

Por ejemplo, si se tienen los arreglos:

$$[-4, 0, 2.3, 5.5, 6, 11, 100]$$

y

$$[-8, -3, -1.1, 1.1, 5.4, 6.4, 7, 9, 11, 20],$$

entonces el programa deberá regresar el arreglo:

$$[100, 20, 11, 11, 9, 7, 6.4, 6, 5.5, 5.4, 2.3, 1.1, 0, -1.1, -3, -4, -8].$$

**Nota:** No se debe hacer uso de funciones de ordenamiento ya implementadas (como *sort* en Python, etc).

6. Determina la solución del problema de valores iniciales

$$\begin{aligned}y'' + 6y' + 8y &= 4, \\y(0) = 0 \quad y'(0) &= 2.\end{aligned}$$

7. Demuestra que  $\sin x \leq x$ ,  $\forall x \geq 0$ . **Sugerencia:** Utiliza el teorema del valor medio.

8. Sea  $T \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  una matriz dada. Consideremos el conjunto  $\mathcal{S}$  de las matrices que commuten con  $T$ , es decir,

$$\mathcal{S} = \{A \in M_{n \times n}(\mathbb{R}) \mid AT = TA\}.$$

Prueba que  $\mathcal{S}$  es un subespacio vectorial de  $M_{n \times n}(\mathbb{R})$ .

9. Utiliza eliminación Gaussiana para determinar la solución del sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned}2x_2 + 4x_3 &= 2, \\2x_1 + 4x_2 + 2x_3 &= 3, \\3x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1.\end{aligned}$$

10. Escribe un algoritmo que imprima los primeros doce números de la serie de Fibonacci dada por la regla:

$$F(n) = \begin{cases} 0 & \text{si } n = 1, \\ 1 & \text{si } n = 2, \\ F(n - 1) + F(n - 2) & \text{si } n \geq 3. \end{cases}$$