

Admisión a la Maestría en Ciencias Matemáticas

2019B

Ejercicios de Computación

Lee cuidadosamente cada uno de los ejercicios. En cada caso se deben entregar todas las líneas de código de uno o varios programas que realicen la actividad solicitada. Los lenguajes de programación sugeridos (no restrictivos) son C, C++, Python y Matlab.

1. Diseñe un programa que reciba un número entero n e imprima en pantalla los números enteros entre 0 y n , reemplazando los múltiplos de 3 por la palabra 'Fizz', los múltiplos de 5 por la palabra 'Buzz', y los múltiplos de 3 y 5, o n , por la frase 'Fizz Buzz'. Ejemplo:

```
n = 16
0, 1, 2, Fizz, 4, Buzz, 6, 7, 8, Fizz, Buzz, 11, Fizz, 13,
14, Fizz Buzz, Fizz Buzz.
```

2. Diseñe un programa que reciba un número p , entre 0 y 4294967295, y determine si es primo o no. Ejemplo:

```
p = 5
5 es primo.
p = 90
90 no es primo
```

3. Diseñe un programa que calcule el n -ésimo término de la serie de Fibonacci, recordando que la serie de Fibonacci se define por la expresión recursiva:

$$f_0 = 1$$

$$f_1 = 1$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$$

4. Diseñe un programa que llene un arreglo (o lista) l_1 de tamaño 20 con números aleatorios enteros entre 0 y 1000. Posteriormente, el programa debe dividir el arreglo original l_1 en dos arreglos l_2 y l_3 , de tal forma que todos los números pares de l_1 estén en l_2 y todos los impares en l_3 . Al final deben imprimirse en pantalla los arreglos l_2 y l_3 .

5. Recordemos que la serie geométrica:

$$\sum_{k=0}^{\infty} r^k$$

converge a $\frac{1}{1-r}$ para $r < 1$. Recordemos también que en la computadora tenemos limitantes de precisión numérica. Diseñe un programa que reciba un número flotante r y determine el valor de k tal que r^k es numéricamente cero. Compare la suma de los k términos contra el valor teórico de convergencia de la serie.

6. Existen diversas formas para aproximar el valor de π . Una de estas se conoce como *fracciones continuas*, la cual está dada por la siguiente expresión.

$$\frac{\pi}{4} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{5 + \frac{1}{7 + \frac{1}{9 + \frac{1}{11 + \frac{1}{13 + \frac{1}{15 + \ddots}}}}}}}}}$$

Diseñe un programa con recursion que aproxime π utilizando la definición anterior. El programa debe detenerse al alcanzar 50 niveles de recursión y debe imprimir al final el número de dígitos correctos de π alcanzados suponiendo $\pi = 3.14159265358979323846$.

7. Diseñe un programa que solicite tres números a , b y n e evalúe numéricamente la integral:

$$\int_a^b x^2 dx$$

utilizando la regla de trapecio con discretización n .

8. Diseñe un programa que solicite un valor de precisión h y aproxime

$$\nabla f(x, y), \text{ para } f(x, y) = x^2 + y^2,$$

utilizando diferencias finitas centrales.

9. Implementar el algoritmo **Bubble sort**.

10. Diseñe un programa que encuentre

$$\arg \min_x f(x)$$

para $f(x) = x^2$, utilizando el método de Newton para optimización.

11. Diseñar un programa que solicite un número n y construya una matriz B de $n \times n$ con números aleatorios entre 0 y 1. Posteriormente, se construya la matriz $A = B + nI_n$ donde I_n es la identidad de tamaño n , y finalmente calcule la descomposición LU de A .